



УДК 519.254:692.23

Л. В. ФИЛАТОВ, канд. физ.-мат. наук, доц. кафедры математики;
И. Д. ФИЛИЧКИН, аспирант кафедры математики

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РАНГОВЫХ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК НАВЕСНЫХ ФАСАДНЫХ СИСТЕМ

ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет».

Россия, 603952, г. Н. Новгород, ул. Ильинская, д. 65.

Тел.: (831) 430-69-84; эл. почта: filatovlv@yandex.ru

Ключевые слова: экспертные оценки, навесные фасадные системы, статистический анализ, верификация данных, факторные координаты.

Предложен алгоритм проверки качества ранговых экспертных оценок, полученных при опросе экспертов с целью выбора наилучшего варианта решения. Статистический анализ оценок проводится для проверки общей и попарной согласованности мнения экспертов, а также выявления главных факторов, влияющих как на общность мнений экспертов, так и на их различие. Формируется статистический вывод о качестве экспертной оценки для принятия решения.

Введение

Для принятия решения в строительстве зданий и сооружений часто привлекаются эксперты в данной области, которые после изучения вариантов решения, визуального и инструментального осмотра, на основе своего опыта и теоретических знаний дают заключения по предложенным вариантам решения [1, 2]. Полученный в результате опроса набор цифровых данных в той или иной шкале измерения, несмотря на высокую компетенцию экспертов и их лицензированную деятельность, приходится подвергнуть определенной верификации для проверки согласованности мнения экспертов, наличия особого мнения или межгруппового противоречия в привлеченном коллективе экспертов [3, 4]. Кроме того, важен вопрос о факторах, влияющих на экспертные оценки по рассматриваемым вариантам решений. Такие факторы, как экология и экономика, безопасность и дизайн вариантов решения, могут как объединять, так и разъединять конкретный состав экспертной группы. Верификация и анализ результатов экспертизы позволит повысить надежность выводов экспертов или выявить некоторые проблемные места экспертного заключения вплоть до повторения экспертизы в новом составе. Методы и критерии такой верификации и факторного анализа данных экспертизы рассматриваются в настоящей работе на примере экспертных оценок навесных фасадных систем.

1. Корреляционный анализ экспертных оценок

Пусть имеется набор экспертных данных, в которых равновесные по значимости эксперты проранжировали по порядку от 1 до n все предложенные варианты решения. В итоге получаем матрицу рангового опроса $VW = (v_{ij})$, где элемент матрицы v_{ij} представляет собой ранг i -го варианта решения по мнению j -го эксперта. При этом рассматривается n вариантов решения $V_i = (v_{ij}, j = \overline{1, m})$

группой из m экспертов $W_j = (v_{ij}, i = \overline{1, n})$. Каждый вариант представляет собой некоторое техническое, экономическое, экологическое или дизайнерское решение.

Простейшим при выборе варианта решения является выбор решения с наилучшим средним рангом $\min(\bar{v}_i, i = \overline{1, n})$, где средние ранги, их дисперсии и ширина доверительного интервала с заданной надежностью γ вычисляются [5]:

$$\bar{v}_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m v_{ij}, \quad Dv_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (v_{ij} - \bar{v}_i)^2, \quad \varepsilon_{i\gamma} = t_\gamma \sqrt{\frac{Dv_i}{m-1}}, \quad (1)$$

где $t_\gamma = \text{СТЮДЕНТ.ОБР.}2X(1-\gamma, m-1)$ – двухсторонняя квантиль Стьюдента (здесь и далее используются статистические функции приложения *Excel*).

Однако может возникнуть ряд вопросов о качестве экспертного опроса. Действительно, если доверительные интервалы вариантов сильно перекрываются из-за большой дисперсии, то ориентировка на наилучший ранг может привести к ошибке в выборе решения. Необходимы более тонкие статистические критерии для принятия решений.

Согласованность мнений экспертов в группе обычно проверяется по коэффициенту конкордации Кендела [5], выражающего сумму квадратов отклонения набранных вариантами рангов от среднего ранга.

$$W = \frac{12S^2}{m^2(n^3 - n)}, \quad S^2 = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^m v_{ij} - \frac{m(n+1)}{2} \right)^2 = m^2 \sum_{i=1}^n \left(\bar{v}_i - \frac{n+1}{2} \right)^2. \quad (2)$$

Проверка гипотезы о значимости рассогласования экспертов $H_0 = (W = 0)$ использует хи-квадрат статистику $\chi_{m-1}^2 = n(m-1)W$, согласно которой ее превышение критического значения $\chi_{kr}^2(\alpha) = \text{ХИ2.ОБР}(\alpha, m-1)$ отрицает гипотезу H_0 и, следовательно, принимает согласованность экспертов в группе. Здесь α – уровень значимости проверяемой гипотезы (вероятность отвергнуть верную H_0 о несогласованности экспертов).

При проектировании навесной фасадной системы (НФС) [6–8] реконструируемого здания в исторической части города разработчиками были предложены 16 вариантов решения поставленной задачи. Варианты отличались по набору параметров навесного фасада, которые определяют характеристики несущей системы и облицовочного материала, ее архитектурные формы, вентиляцию, утепление и виброакустическую защиту здания, надежность и долговечность конструкции, ее стоимость. Для выбора наилучшего варианта разработчики обратились к экспертам и получили 8 заключений по ранжированию вариантов от профильных организаций и отдельных специалистов, результаты которых приводятся в табл. 1.



Таблица 1

Варианты V	Эксперты W							
	W1	W2	W3	W4	W5	W6	W7	W8
v1	11	4	12	16	15	9	14	11
v2	2	7	7	13	12	14	4	5
v3	7	11	13	3	13	4	9	10
v4	4	9	6	14	8	2	2	6
v5	5	8	14	8	2	11	5	2
v6	6	3	1	7	5	3	12	14
v7	3	2	15	2	1	6	1	1
v8	8	1	3	6	4	1	15	9
v9	9	13	2	1	6	7	7	13
v10	10	6	16	5	3	5	11	7
v11	1	16	4	4	14	8	16	15
v12	12	12	9	12	7	10	6	3
v13	13	10	5	9	11	15	10	12
v14	14	5	11	15	9	16	3	8
v15	15	14	8	10	16	12	8	4
v16	16	15	10	11	10	13	13	16

Вычисляя средние ранги и доверительные интервалы вариантов по формулам (1) и представив их на рис. 1, видим, что наилучшим вариантом, по мнению экспертов, является вариант V_7 со средним рангом $\bar{v}_7 = 4$. Однозначность этого вывода сомнительна, поскольку доверительная полоса с надежностью $\gamma = 0.95$ составляет $\varepsilon_\gamma = 4$ и перекрывает соседние варианты 4–9. Контроль согласованности экспертов показал, что коэффициент Кендела $W = 0.25$ у группы экспертов не высокий и соответствует значению $\chi^2_{m-1} = 28.32$. При заданной значимости гипотезы $\alpha = 0.05$ критическое значение $\chi^2_{kr}(0.05) = 14.07$ однозначно отвергает гипотезу рассогласования.

Критерий Кендела о согласованности экспертных оценок является интегральным по всей группе экспертов. Полезно также рассмотреть попарную согласованность экспертов между собой [9]. Вычислив симметричную корреляционную матрицу экспертных оценок по всем парам экспертов [10] $R_w = (r_{jk}) = \text{КОРРЕЛ}(W_j; W_k)$, где W_j, W_k – вектора (столбцы матрицы VW) опросов j -го и k -го экспертов, определим значимость корреляции (зависимости) экспертов между собой по критерию Стьюдента, согласно которому корреляция значима, если:

$$t_{n-1} = r_{jk} \sqrt{\frac{n-2}{1-r_{jk}^2}} > t_{kr}(\alpha) = \text{СТЮДЕНТ.ОБР.}2X(\alpha, n-1), \quad z_{jk} = \begin{cases} 1, & |r_{jk}| > t_{kr}(\alpha) \\ 0, & |r_{jk}| \leq t_{kr}(\alpha) \end{cases} \quad (3)$$

Здесь α – уровень значимости проверяемой гипотезы $H_0 = \{r_{jk} = 0\}$, а z_{jk} – матрица значимости корреляций (3), приводимая в табл. 2.

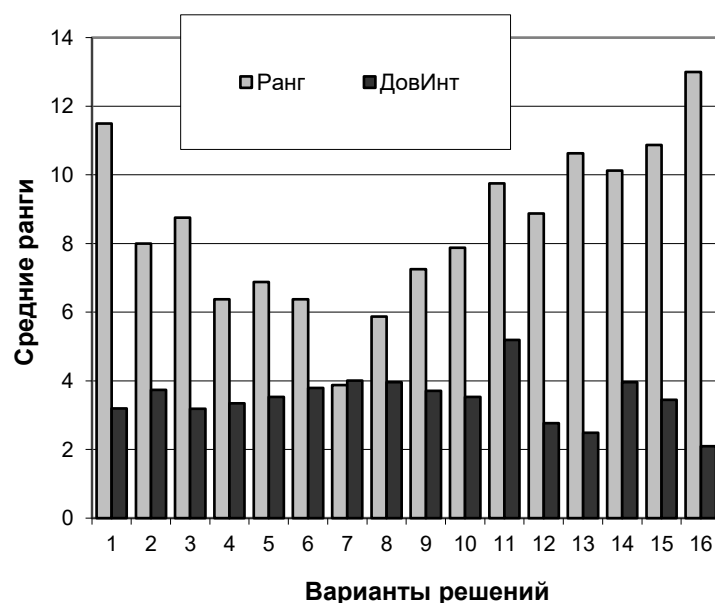


Рис. 1. Средние ранги вариантов (светлая диаграмма) и величины их доверительных интервалов с надежностью 0,95 (темная диаграмма)

Таблица 2

Значимость 5 %	Эксперты							
Эксперты	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	0	0	0	0	1	0	0
2	0	1	0	0	1	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0	0	1
4	0	0	0	1	0	1	0	0
5	0	1	0	0	1	0	0	0
6	1	0	0	1	0	1	0	0
7	0	0	0	0	0	0	1	1
8	0	0	1	0	0	0	1	1

Наличие не значимых по уровню $\alpha = 0.05$ корреляций пар экспертов говорит о несогласованности мнений у этой пары экспертов; даже при полной согласованности группы по Кенделу необходимо при принятии решения о наилучшем варианте учесть наличие особого мнения одного или нескольких членов экспертной комиссии. Для этого предлагается выделить полностью согласованную между собой подгруппу экспертов (коалицию), каждый член которой имеет несогласованное мнение со всеми из оставшихся экспертов и если размер этой подгруппы превышает пороговое значение, например, $m/3$, то рекомендуется повторить экспертное оценивание с другим составом экспертов. Согласно табл. 2 коалицию составляют эксперты 2 и 5. Таким образом, полученные при анкетировании экспертные оценки являются согласованными в целом, но имеется ряд несогласованностей между экспертами попарно и имеется коалиция из двух экспертов, противоречащая всем остальным экспертам. Размер коалиции не велик ($2 < 8/3$), поэтому ее особое мнение нужно принять к сведению, но в целом принять согласованность группы экспертов. Однако необходимо выяснить причины разногласий в группе.



2. Факторный анализ экспертных оценок

Значимые корреляции экспертов между собой определяются некоторыми общими факторами. Желательно выявить эти не коррелирующие между собой первичные (латентные) факторы и определить главные из них, влияющие на полученные экспертные оценки, и пересмотреть предложенные для экспертизы варианты решений с точки зрения этих главных факторов. Для этого используем линейную факторную модель [11], в которой наблюдаемые ранги могли бы быть выражены линейно через некоторые f_k факторы $V_j = \sum_{k=1}^m \lambda_{jk} f_k + \xi_j$.

Здесь $\Lambda = (\lambda_{jk})$ – матрица факторных нагрузок, а ξ_j – вектор специфичности экспертов, для которого при определении Λ потребуем $\bar{\xi}_j = 0$ и $D\xi_j \rightarrow \min$. Используя метод главных координат, представим искомые факторы как новые координаты вариантов при повороте системы координат $f_k = t_{kj} V_j$, где $T = (t_{kj})$ – ортогональная матрица поворота, составленная из собственных векторов корреляционной матрицы R_w . Корреляционная матрица в новых координатах $R_f = TR_w T^{-1}$ будет иметь диагональный вид, что обеспечивает некоррелируемость факторов. Дисперсии факторов упорядочены по убыванию, находятся на диагонали новой корреляционной матрицы и равняются собственным числам исходной матрицы R_w . Это позволяет взять матрицу факторных нагрузок как матрицу поворота $\Lambda = T^{-1}$, что обеспечит убывание дисперсии (вариативности) фактора по номеру. Первый фактор будет главным в смысле наибольшей изменчивости значений, а далее – факторы по убыванию. Если зададимся долей общности или специфичности в построенной модели, то можем отбросить часть второстепенных факторов в модели. Это позволит нам пересчитать экспертные оценки вариантов в главных факторах и проранжировать их.

В примере с НФС (табл. 1) после перехода от экспертных оценок к факторным переменным новая корреляционная матрица будет диагональной и будет иметь инвариантный след:

$$Sp(R_f) = (2.55 + 2.15 + 0.98 + 0.88 + 0.63 + 0.39 + 0.23 + 0.20) = 8, \quad (4)$$

а матрица факторных нагрузок на экспертов будет следующей:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 0.32 & 0.40 & -0.25 & 0.17 & 0.49 & 0.26 & 0.37 & 0.45 \\ -0.30 & -0.05 & -0.37 & -0.46 & -0.15 & -0.51 & 0.38 & 0.37 \\ -0.36 & 0.71 & -0.01 & -0.44 & 0.15 & 0.13 & -0.34 & -0.16 \\ -0.50 & -0.16 & -0.59 & 0.48 & 0.26 & -0.02 & -0.27 & -0.07 \\ -0.42 & -0.07 & 0.58 & 0.12 & 0.54 & -0.25 & 0.33 & -0.08 \\ 0.43 & 0.30 & -0.12 & 0.18 & 0.14 & -0.73 & -0.11 & -0.33 \\ 0.19 & -0.35 & -0.29 & -0.47 & 0.42 & 0.19 & 0.19 & -0.53 \\ -0.18 & 0.31 & -0.12 & 0.27 & -0.40 & 0.16 & 0.61 & -0.48 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Суммарная дисперсия остается прежней, но перераспределяется по новым факторам. Первый фактор описывает 32 % наблюдаемой изменчивости экспертов, второй – 27 %, третий – 12 %, и далее значение факторов быстро убывает. Последний фактор объясняет только 2,5 % разногласия экспертов, и именно он является фактором, разъединяющим мнения экспертов. Согласно (5), можно вычислить главные (крайние) факторы:

$$\begin{aligned} f_1 &= 0.32v_1 - 0.30v_2 - 0.36v_3 - 0.50v_4 - 0.42v_5 + 0.43v_6 + 0.19v_7 - 0.18v_8 \\ f_8 &= 0.45v_1 + 0.36v_2 - 0.16v_3 - 0.07v_4 - 0.08v_5 - 0.33v_6 - 0.53v_7 - 0.48v_8 \end{aligned} \quad (6)$$

Фактор f_1 с наибольшей дисперсией формируется мнениями 1, 6, 7 экспертов, а фактор f_8 с наименьшей дисперсией формируется 1 и 2 экспертами. Учитывая в матрице факторных нагрузок Λ только по два крайних фактора f_1, f_2 , объединяющих мнения экспертов, и f_7, f_8 – разъединяющих, можем пересчитать ранги рассматриваемых вариантов $V_j = \lambda_{kj} f_k, k=1, 2$. Средние ранги в том и другом случае представлены диаграммами на рис. 2.

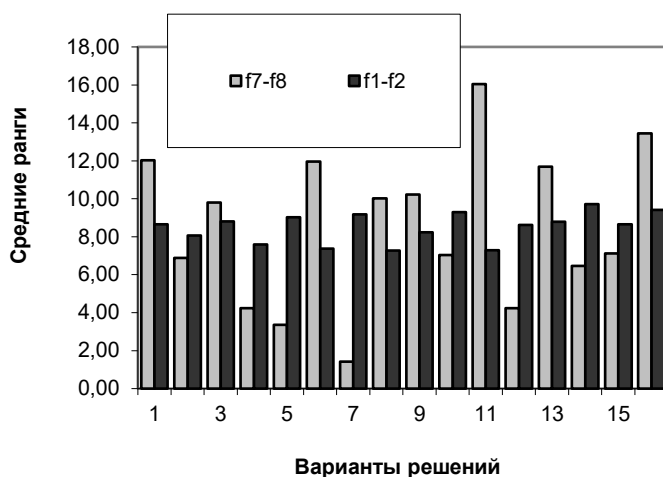


Рис. 2. Средние ранги вариантов НФС при учете только факторов, разъединяющих экспертов (светлая диаграмма $f7-f8$), и при учете только факторов, объединяющих экспертов (темная диаграмма $f1-f2$)

Можно видеть, что факторы, объединяющие мнения экспертов f_1, f_2 , не выделяют наилучший вариант решения. Факторы f_7, f_8 , разделяющие экспертов, наоборот, определяют наилучший вариант, им является опять же вариант V_7 . Таким образом, именно факторы, разъединяющие экспертов, приводят к выбору варианта с наименьшим средним рангом. Поэтому, несмотря на согласованность экспертов по критерию Кендела, рекомендуется провести повторную экспертизу вариантов проекта с другим набором экспертов.

Заключения и выводы

Предложенная методика проведения статистического анализа ранговых экспертных оценок строительных конструкций, построенная на алгоритмах корреляционного и факторного анализа для поиска и ранжирования первичных факторов влияния на экспертные оценки, позволяет глубоко проанализировать результаты экспертного опроса. На примере экспертной оценки НФС показано, что даже при согласованности в целом экспертных оценок они могут быть отклонены при принятии решения из-за наличия значимых факторов разногласия в группе экспертов.



БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Илющенко, Р. Р. Обработка экспертных оценок при проведении экспертизы научных проектов с привлечением экспертов федерального реестра / Р. Р. Илющенко, Т. В. Осипова // *Инноватика и экспертиза*. – 2020. – № 2 (30). – С. 65–79.
2. Ляшенко, А. Н. Формализованная математическая постановка экспертной оценки по принятию решения в сфере мультимодальной логистики / А. Н. Ляшенко // *Транспорт: наука, техника, управление*. – 2024. – № 1. – С. 12–17.
3. Илющенко, Р. Р. Достоверность экспертных оценок при проведении экспертизы научно-технических и инновационных проектов в информационной системе Федерального реестра экспертов / Р. Р. Илющенко, П. Б. Мельник // *Инноватика и экспертиза*. – 2020. – № 1 (29). – С. 46–58.
4. Бурков, Е. А. Определение субъективности и надежности экспертных оценок на основе анализа статистических данных / Е. А. Бурков // *Известия СПбГЭУ*. – 2010. – № 9. – С. 33–38.
5. Коростелева, О. Н. Статистический анализ экспертных оценок / О. Н. Коростелева, Г. В. Савинов // *Известия СПбГЭУ*. – 2023. – № 3. – С. 109–113.
6. Немова, Д. В. Навесные вентилируемые фасады : обзор основных проблем / Д. В. Немова // *Инженерно-строительный журнал*. – 2010. – № 5. – С. 7–11.
7. Емельянова, В. А. Оптимизированная конструкция навесного вентилируемого фасада / В. А. Емельянова, Д. В. Немова, Д. Р. Мифтахова // *Инженерно-строительный журнал*. – 2014. – № 6 (50). – С. 53–66.
8. Краснопеев, А. В. Моделирование и разработка методики моделирования навесных фасадных систем (НФС) / А. В. Краснопеев, А. А. Спасенникова, С. В. Придвижкин // *Природные и техногенные риски. Безопасность сооружений*. – 2023. – № 6. – С. 93–94.
9. Коростелева, О. Н. Анализ структуры экспертных групп для оценки эффективности их деятельности / О. Н. Коростелева, Г. В. Савинов // *Известия СПбГЭУ*. – 2021. – № 1. – С. 137–142.
10. Гордеев, Б. А. Корреляционная обработка спектров входных и выходных сигналов при испытаниях гидропор / Б. А. Гордеев, С. Н. Охулков, Л. В. Филатов // *Приволжский научный журнал / Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет*. – Нижний Новгород, 2016. – № 2. – С. 30–41.
11. Зайнутдинова, Е. Д. Методика факторного анализа в продажах / Е. Д. Зайнутдинова // *Инновации и инвестиции*. – 2022. – № 11. – С. 193–195.

FILATOV Leonid Vladimirovich, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the chair of mathematics; FILICHKIN Ivan Dmitrievich, postgraduate student

STATISTICAL ANALYSIS OF EXPERT RATINGS OF HINGED FACADE SYSTEMS

Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering.

65, Iljinskaya St., Nizhny Novgorod, 603952, Russia.

Tel.: (831) 430-69-84; e-mail: filatovlv@yandex.ru

Key words: expert assessments, hinged facade systems, statistical analysis, data verification, factor coordinates.



An algorithm is proposed to check the quality of ranked expert assessments obtained during a survey in order to select the best solution from the options proposed. Statistical analysis of estimates is carried out to verify the general and paired consistency of expert opinions, as well as to identify the main factors influencing both the commonality of expert opinions and their differences. A statistical conclusion is formed about the quality of the expert assessment for decision-making.

REFERENCES

1. Ilyushchenko R. R., Osipova T. V. Obrabotka eksperimentalnykh otsenok pri provedenii eksperptiz nauchnykh proektov s privlecheniem ekspertov federalnogo reestra [Processing expert assessments during the examination of scientific projects with the involvement of experts from Federal register]. *Innovatika i ekspertiza* [Innovation and expertise], 2020, № 2 (30), P. 65–79.
2. Lyashenko A. N. Formalizovannaya matematicheskaya postanovka ekspertnoy otsenki po prinyatiu resheniya v sfere multimodalnoy logistiki [Formalized mathematical formulation of expert assessment on decision-making in the field of multimodal logistics]. *Transport: nauka, tekhnika, upravlenie* [Transport: science, technology, management], 2024, № 1 (30), P. 12–17.
3. Ilyushchenko R. R. Dostovernost ekspertnykh otsenok pri provedenii ekspertizi nauchno-tekhnicheskikh i innovatsionnykh proektov v informatsionnoy sisteme Federalnogo reestra ekspertov [The reliability of expert assessments during the examination of scientific, technical and innovative projects in the information system of the Federal Register of Experts]. *Innovatika i ekspertiza* [Innovation and expertise], 2020, № 1 (29), P. 46–58.
4. Burkov E. A. Opredelenie subektivnosti i nadezhnosti ekspertnykh otsenok na osnove analiza statisticheskikh dannikh [Determination of subjectivity and reliability of expert assessments based on the analysis of statistical data]. *Izvestia SPbGEU* [Izvestia of St. Petersburg State University]. Saint Petersburg, 2010, № 9, P. 33–38.
5. Korosteleva O. N. Statisticheskii analiz ekspertnykh otsenok [Statistical analysis of expert assessments]. *Izvestia SPbGEU* [Izvestia of St. Petersburg State University]. Saint Petersburg, 2023, № 3, P. 109–113.
6. Nemova D. V. Navesnye ventiliruemye fasadi: obzor osnovnykh problem [Hinged ventilated facades: an overview of the main problems]. *Inzhenerno-stroitelnyy zhurnal* [Civil Engineering magazine]. Saint Petersburg, 2010, № 5, P. 7–11.
7. Yemelyanova V. A. Optimizirovannaya konstruktsiya navesnogo ventiliruемого fasada [Optimized design of a hinged ventilated façade]. *Inzhenerno-stroitelnyy zhurnal* [Civil Engineering magazine]. Saint Petersburg, 2014, № 6 (50), P. 53–66.
8. Krasnopeev A. V. Modelirovanie i razrabotka metodiki modelirovaniya navesnykh fasadnykh sistem (NFS) [Modeling and development of methods for modeling hinged facade systems (NFS)]. *Prirodniye i tekhnogenniye riski. Bezopasnost sooruzheniy. UrFU* [Natural and man-made risks. Safety of structures. UrFU]. Yekaterinburg, 2023, № 6, P. 93–94.
9. Korosteleva O. N. Analiz struktury ekspertnykh grupp dlya otsenki effektivnosti ikh deyatel'nosti [Analysis of the structure of expert groups to assess the effectiveness of their activities]. *Izvestia SPbGEU* [Izvestia of St. Petersburg State University]. Saint Petersburg, 2021, № 1, P. 137–142.
10. Gordeev B. A. Korrelyatsionnaya obrabotka spektrov vkhodnykh i vikhodnykh signalov pri ispitaniyakh gidroopor [Correlation processing of input and output signal spectra during testing of hydraulic supports]. *Privolzhskiy Nauchny Zhurnal* [Privolzhsky Scientific Journal]. Nizhny Novgorod, 2016. № 2. P. 30–41.
11. Zaynutdinova E. D. Metodika faktornogo analiza v prodazhakh [Methodology of factor analysis in sales]. *Innovatsii i investitsii* [Innovations and investments]. 2022, № 11, P. 193–195.

© Л. В.Филатов, И. Д. Филичкин, 2025

Получено: 08.06.2025 г.