



УДК 620.22–419.8:531

В. С. БАРЧЕВ¹, магистрант кафедры теоретической, компьютерной и экспериментальной механики; **Д. А. КОЖАНОВ**, декан общетехнического факультета², доц. кафедры теории сооружений и технической механики², доц. кафедры теоретической, компьютерной и экспериментальной механики¹, канд. физ.-мат. наук, доц.

АНАЛИТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ АРМИРУЮЩЕГО СЛОЯ ТКАНОГО КОМПОЗИТА

¹ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский «Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского».

Россия, 603022, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, д. 23.

²ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет».

Россия, 603952, г. Н. Новгород, ул. Ильинская, д. 65.

Тел.: (960) 165-97-45; эл. почта: pbk996@mail.ru

Ключевые слова: тканый композит, одноосное растяжение, аналитическая модель, формоизменение, геометрическая нелинейность, распрямление нитей.

Гибкие тканые композиты относятся к высокотехнологичным материалам, сочетающим армирующие элементы и матрицу. Их применяют в строительстве, авиации и судостроении, оборонной промышленности. В последнее время в отечественной науке возрос интерес к композитам с изменяющейся структурой армирующего слоя при деформировании. В работе предложена модель армирующего слоя в виде элементарной периодической ячейки при одноосном растяжении, с перспективой перехода к двухосному нагружению. Цель – описать механические процессы: распрямление нитей и изменение усилий взаимного надавливания между перекрестными нитями. На начальных этапах деформирования эти процессы наиболее интенсивны. С ростом нагрузки их скорость снижается: изгиб нитей сменяется центральным растяжением, а контактные усилия стремятся к постоянной величине. Учитывая геометрическую нелинейность, процессы описаны в приращениях. Введены ключевые параметры, терминология и характеристики, определяющие поведение материала. Получены аналитические зависимости для расчета приращения угла распрямления нитей, внутренних усилий и контактной нагрузки на каждом шаге нагружения. Результаты позволяют расширить существующие модели на случай двухосного растяжения, при котором эффект распрямления и распределение усилий будут иными при сопоставимых нагрузках.

Гибкие тканые композиты получили широкое распространение благодаря свойствам, которыми отдельные компоненты не обладают. По сравнению с другими конструкционными материалами, они отличаются повышенной прочностью и способностью сохранять работоспособность даже при значительных деформациях. Эти характеристики в значительной степени определяются армирующим слоем, выполненным из тканей различного плетения. Нити таких тканей, в свою очередь, могут состоять из волокон разного типа – хлопковых, синтетических, стеклянных и др. [1–3].

Актуальной задачей механики деформируемого твердого тела и оценки эксплуатационных характеристик таких материалов для промышленности

является математическое моделирование их механических свойств. Основная сложность при этом связана именно с армирующим слоем. Большинство существующих моделей волоконных композитов применимы к материалам с «жесткой» матрицей (например, полимерной смолой или керамикой), в которых деформации армирующей структуры малы, и формоизменением нитей можно пренебречь. Однако такие модели неприменимы к гибким композитам, где армирующий слой характеризуется физической и геометрической нелинейностью, а нити ткани даже при небольших нагрузках претерпевают большие деформации: распрямляются, изменяют жесткость и степень анизотропии и т. д.

Один из эффективных подходов к моделированию поведения армирующего слоя подобных материалов основан на описании периодически-регулярного элемента ткани [4–7]. Этот метод позволяет адекватно воспроизвести поведение материала с учетом структуры переплетения армирующих нитей, однако вычислительная сложность возрастает многократно в зависимости от уровня детализации [4]. Альтернативой может служить аналитический подход к разработке новой модели, базирующийся на балочной интерпретации армирующих элементов с использованием методов сопротивления материалов [3, 4, 6].

Постановка задачи

Изучаемым в данном исследовании материалом выступает тканая армирующая структура гибкого тканого композита на основе лавсановых волокон и поливинилхлорида, плетение полотняное. Такой вид укладки формирует периодически-регулярный элемент в виде четырех накрест лежащих нитей основы и утка, а идентичность свойств нитей обоих направлений и центральная симметрия такого элемента позволяет далее рассматривать только его четверть (рис. 1а). В реальности нить в переплетении принимает близкую к синусоиде, криволинейную форму – разбивая ее на линейные участки, возможна аппроксимация в виде наклонного и горизонтального стержней рамы прямоугольного сечения (рис. 1б). Первый участок отвечает за перемещения путем изменения угла наклона, на втором нити взаимодействуют друг с другом [8–14].

Для прогнозирования поведения ткани задается растяжение силой F вдоль нити основы, ниже предела упругости материала. Взаимное надавливание нитей друг на друга заменяется распределенной нагрузкой q , за счет упругого основания в виде другой нити горизонтальный сегмент сохраняет свое направление в плоскости. На конце горизонтального участка задается изгибающий момент M , вызванный изгибом нити в переплетении, на конце наклонного – жесткая заделка (геометрия структуры и граничные условия на рис. 2 и в табл. 1).

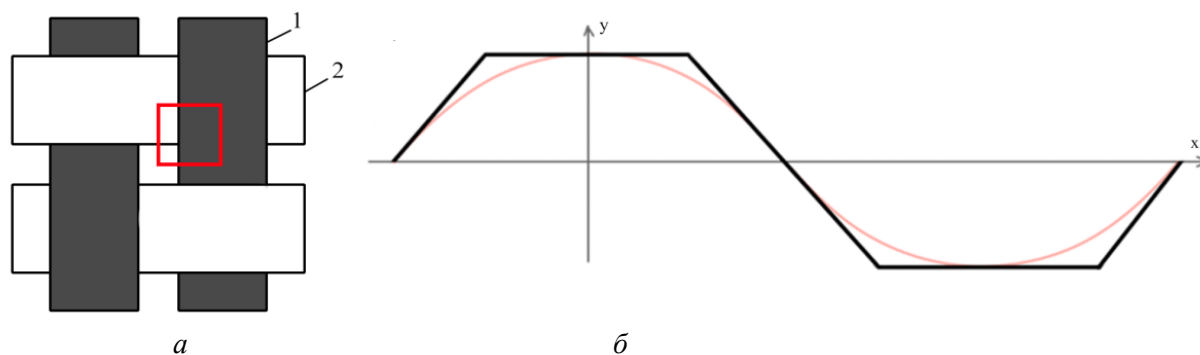


Рис. 1. а – периодический элемент ткани: 1 – нить основы, 2 – нить утка; б – аппроксимация структуры переплетения

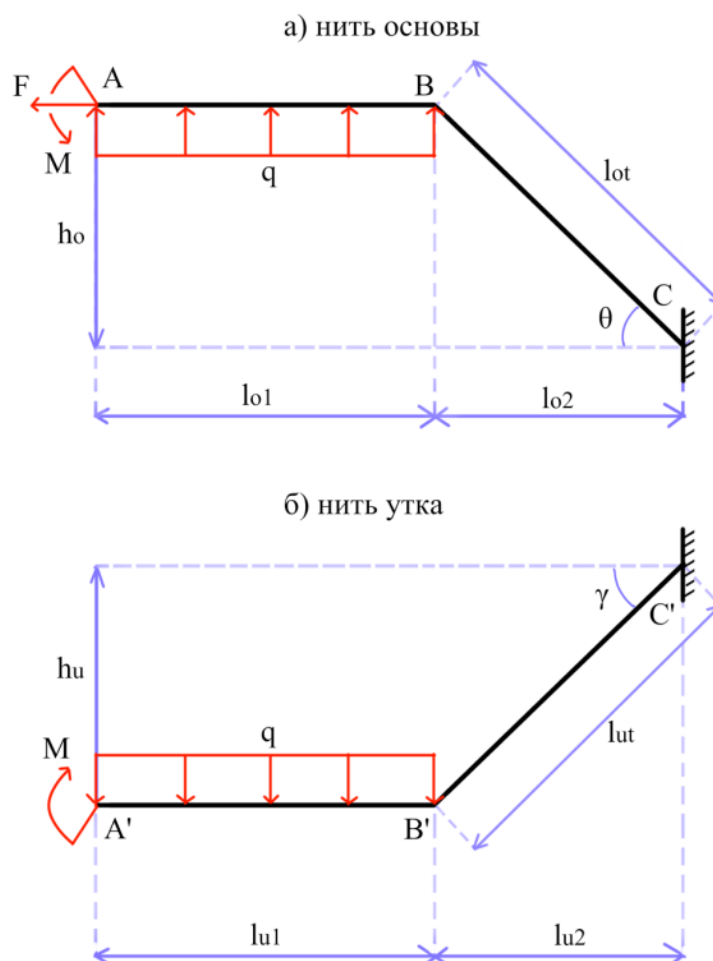


Рис. 2. Структурные элементы нитей

Таблица 1

Геометрические характеристики тканой структуры

	Нить основы		Нить утка	
Длина горизонтального участка, мм	l_{o1}	0,3	l_{u1}	0,3
Проекция наклонного участка, мм	l_{o2}	0,5	l_{u2}	0,4
Длина наклонного участка, мм	l_{ot}	0,71	l_{ut}	0,64
Высота нити, мм	h_o	0,5	h_u	0,5
Угол наклона, градусы	θ	45	γ	45
Ширина нити, мм	b_0	0,7	b_0	0,7
Модуль упругости, Н/мм ²	1072,5			
Площадь сечения, мм ²	0,35			
Момент инерции, мм ⁴	0,007292			

Определение перемещений точек A и A' (рис. 2) производится по формулам Мора-Верещагина и Мора-Симпсона – полученные вертикальные и горизонтальные компоненты позволяют получить геометрию рамы для следующего шага нагружения. Из равенства вертикальных перемещений рам через геометрию выражаются новые значения распределенной нагрузки (1). Поскольку задача решается в предположении, что участки AB и $A'B'$ остаются горизонтальными в процессе нагружения, выводится зависимость изгибающих моментов обеих нитей от нагрузки q (2). Для нити основы дополнительно учитываются горизонтальные перемещения, вызванные действием внутренних продольных усилий (3).

$$q = \frac{(3l_{o1} + 2l_{o2})Fh_o l_{ot}}{l_{ut}(\frac{l_{u1}^3}{2} + \frac{13l_{u1}^2 l_{u2}}{4} + 2l_{u1} l_{u2}^2) + l_{ot}(\frac{3l_{o1}^3}{2} + \frac{15l_{o1}^2 l_{o2}}{4} + 2l_{o1} l_{o2}^2)}, \quad (1)$$

$$M_o = \frac{ql_{o1}^2}{4}; M_u = \frac{5ql_{u1}^2}{12}, \quad (2)$$

$$\Delta x_1(N) = \frac{Fl_{o1}}{EA}; \Delta x_2(N) = \frac{Fl_{o2} \cos \theta}{EA}, \quad (3)$$

где $\Delta x_{1/2}(N)$ – перемещения, вызванные продольной силой N на горизонтальном и наклонном участке соответственно; $M_{o/u}$ – изгибающий момент нитей основы и утка соответственно; A – площадь сечения, мм²; E – модуль упругости материала, Н/мм²;

Результаты решения и их анализ

На рис. 3–4 приведены фактические значения нагрузок и перемещений для каждой итерации. Исходя из полученных результатов, можно сделать вывод о выпрямлении нитей. Этот процесс сопровождается уменьшением приращений нагрузки q и перемещений Δu и Δx . В идеализированной модели, при полном распрямлении нити, эти параметры становятся равны нулю, и происходит переход работы нити от изгиба к центральному растяжению, но в реальной ткани возможные перемещения определяются жесткостью материала. В текущей модели учитывается влияние упругого основания, препятствующего полному распрямлению.

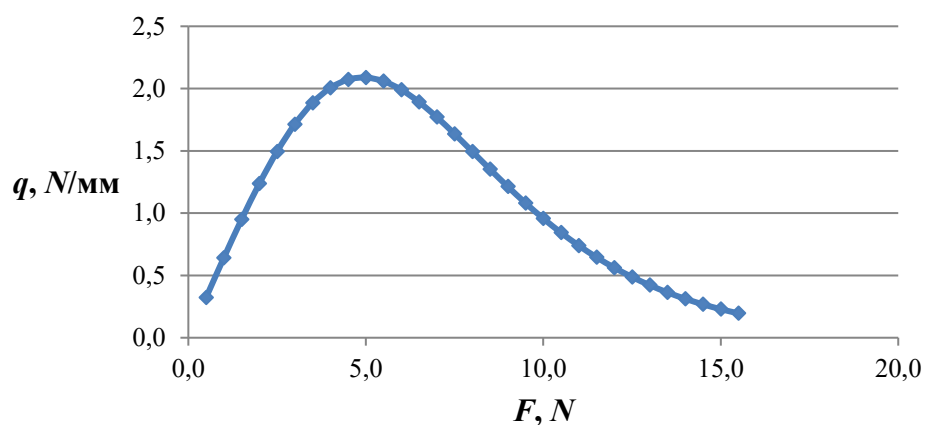


Рис. 3а. Зависимость распределенной нагрузки q от растягивающей силы F нити основы

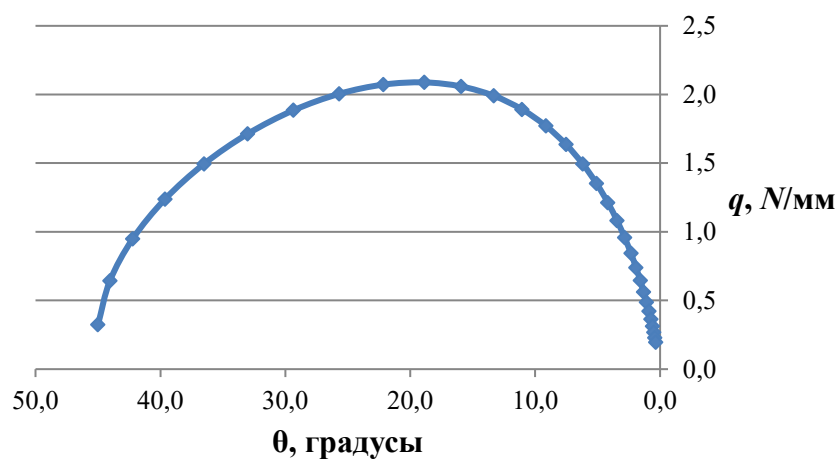


Рис. 3б. Зависимость угла наклона θ от нагрузки q нити основы

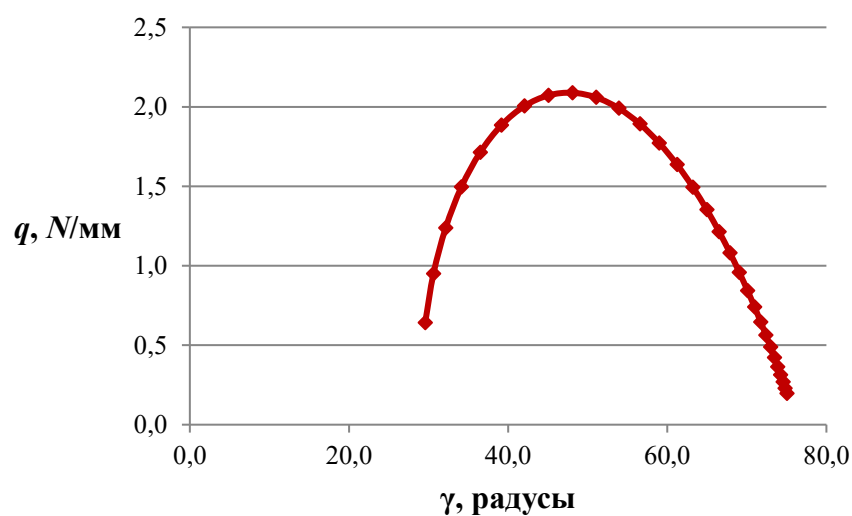
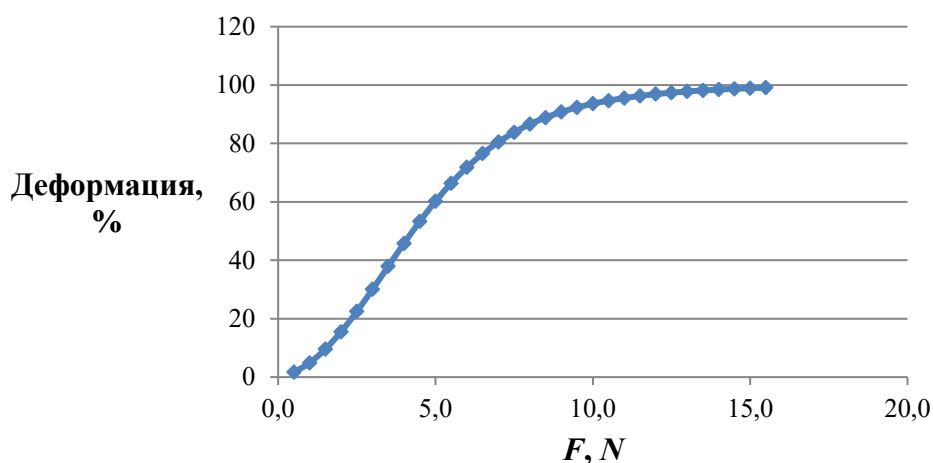
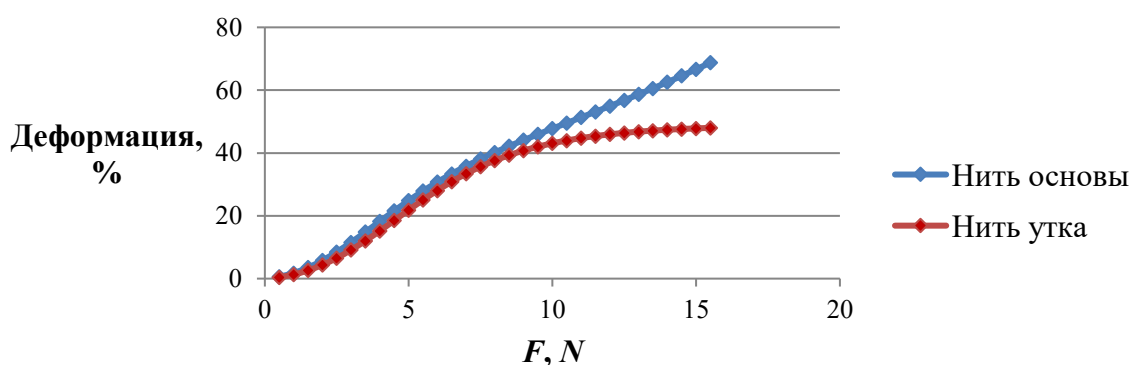


Рис. 3в. Зависимость угла наклона γ от нагрузки q нити утка

Рис. 4а. Зависимость деформации по OY от силы F нити основыРис. 4б. Зависимость деформации по OX от силы F

Закключение

Получены формулы зависимости силы взаимного надавливания нитей и геометрии периодического элемента полотняной структуры от приложенной силы на растяжение вдоль одного из направлений армирования. В текущем состоянии аналитическая модель позволяет численно изобразить процесс формоизменения структурного элемента, основные расхождения с экспериментальными данными могут заключаться в накоплении необратимых деформаций. Стоит отметить, что все вычисления проводились с представлением материала нити чисто упругим – это упрощение имеет место, когда нить растягивается вдоль своей длины. Однако, на наклонных участках, где находится опасное сечение, напряжения много больше, и могут возникать необратимые остаточные деформации. В дальнейшем планируется учесть в расчетных формулах наличие пластических деформаций и обобщить аналитический подход для случая двухосного нагружения.



БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кристенсен, Р. Введение в механику композитов / Р. Кристенсен. – Москва : Мир, 1982. – 335 с.
2. Скардино, Ф. Тканые конструкционные композиты / Ф. Скардино ; под ред. Т.-В. Чу, Ф. Ко ; перевод с англ. Н. П. Жмудя, В. Л. Кулакова. – Москва : Мир, 1991. – 430 с.
3. Щербакова, А. О. Тканевый композит. Оценка упругодиссипативных характеристик / А. О. Щербакова // Вестник ЮУрГУ. Серия Математика. Механика. Физика. – 2014. – Том 6, № 2. – С. 40–48.
4. Meso modelling for composite preform shaping / S. Gatouillat, A. Bareggi, E. Vidal-Salle, P. Boisse // Simulation of the loss of cohesion of the woven fibre network. Composites. – 2013. – V. 54. – P. 135–144.
5. Anurag, Dixit. Unit cell model of woven fabric textile composite for multiscale analysis / Anurag Dixit, Harlal Singh Mali, R. K. Misra // Procedia Engineering. – 2013. – V. 68. – P. 352–358.
6. Internal geometric modelling of 3D woven composites: A comparison between different approaches / N. Isart, B. El Said, D. S. Ivanov, S. R. Hallett, J. A. Mayugo, N. Blanco // Composite Structures. – 2015. – V. 132. – P. 1219–1230.
7. Барчев, В. С. Моделирование работы гибких тканых композитов с учетом локальных повреждений / В. С. Барчев, Д. А. Кожанов // II Всероссийская конференция Нижегородского фестиваля науки с международным участием : сборник тезисов докладов / Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет. – Нижний Новгород, 2025. – С. 9–10. – ISBN: 978-5-528-00630-7.
8. Берендеев, Н. Н. Описание поведения тканого композита при статическом нагружении с использованием структурной модели / Н. Н. Берендеев // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. – 2013. – № 4 (4). – С. 173–179.
9. Кожанов, Д. А. Моделирование процессов деформирования гибких тканых композитов. Часть 1. Структурные модели / Д. А. Кожанов, А. К. Любимов. Проблемы прочности и пластичности. – 2017. – Т. 79, № 2. – С. 156–168.
10. Кожанов, Д. А. Моделирование процессов деформирования гибких тканых композитов. Часть 2. Экспериментальные исследования и апробация моделей / Д. А. Кожанов // Проблемы прочности и пластичности. – 2018. – Том 80, № 1. – С. 41–52.
11. Дедков, Д. В. Математическая модель механического поведения тканых композитов с локальными технологическими дефектами : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук 05.13.18 / Дедков Денис Владимирович ; [Место защиты : Пермский национальный исследовательский политехнический университет]. – Пермь, 2015. – 112 с. : ил.
12. Кожанов, Д. А. Моделирование диаграммы деформирования образца гибкого тканного композита в условиях одноосного статического нагружения с учетом вязкоупругих деформаций и наличием повреждения / Д. А. Кожанов : сборник докладов 18-й Нижегородской сессии молодых ученых. Технические науки. – Нижний Новгород, 2013. – С. 125–128.
13. Optimization of elastic properties and weaving patterns of woven composites / Piyani Akmar Abu Bakar, Oliver Kramer, Bordas S., Timon Rabczuk.. // Composite Structures. – 2013. – V. 100. – P. 575–591.
14. Stier, B. Comparing experimental to numerical meso-scale approach for woven fiber reinforced plastics / Stier B., Simon J.-W., Reese S. // Composite Structures. – 2015. – V. 52. – P. 553–560.



BARCHEV Viktor Sergeevich, master degree student of the chair of theoretical, computer, and experimental mechanics¹; **KOZHANOV Dmitriy Aleksandrovich**, candidate of physical and mathematical sciences, dean of the general technical faculty², associate professor of the chair of theory of structures and technical mechanics², associate professor of the chair of theoretical, computer, and experimental mechanics¹, associate professor

ANALYTICAL APPROACH TO MODELING THE REINFORCEMENT LAYER IN WOVEN COMPOSITE

¹Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod.

23, Gagarina Prospekt, Nizhny Novgorod, 603022, Russia.

²Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering.

65, Iljinskaya St., Nizhny Novgorod, 603952, Russia.

Tel.: (960) 165-97-45; e-mail: pbk996@mail.ru

Key words: woven composite, uniaxial tension, analytical model, shape change, geometric nonlinearity, yarn straightening.

Flexible woven composites are advanced materials comprising reinforcing elements and a matrix. They are widely used in construction, aerospace and shipbuilding, and the defense industry. Recently, domestic research has shown a growing interest in composites whose reinforcement layer structure evolves during deformation. This paper proposes a model of the reinforcement layer represented as an elementary periodic unit cell under uniaxial tension, with the prospect of extending it to biaxial loading. The aim is to describe the mechanical processes involved: yarn straightening and the variation of mutual contact forces between intersecting yarns. These processes are most intensive during the initial stages of deformation. As the load increases, their rate slows down: yarn bending transitions into axial tension, and the contact forces approach a constant value. Accounting for geometric nonlinearity, these processes are described in terms of increments. Key parameters, terminology, and characteristics that govern the material's behavior are introduced. Analytical relationships are derived to calculate the increments of the yarn straightening angle, internal forces, and contact load at each loading step. The results obtained allow for the extension of existing models to the case of biaxial tension, where the straightening effect and force distribution will differ under comparable loads.

REFERENCES

1. Kristensen R. Vvedenie v mekhaniku kompozitov [Introduction to the mechanics of composites]. Moscow, Mir, 1982, 335 p.
2. Skardino F. Tkanye konstruksionnye kompozity [Woven structural composites]. pod red. T.-V. Chu, F. Ko ; perevod s angl. N. P. Zhmudya, V. L. Kulakova. Moscow, Mir, 1991, 430 p.
3. Shcherbakova A. O. Tkanevyy kompozit. Otsenka uprugodissipativnykh kharakteristik [Fabric composite. Estimation of elastic-dissipative characteristics]. Vestnik YuUrGU. Seriya Matematika. Mekhanika. Fizika [Bulletin of South Ural State University. Series: Mathematics. Mechanics. Physics]. Chelyabinsk, 2014, Vol. 6, № 2, P. 40–48.
4. Gatouillat S., Bareggi A., Vidal-Salle E., Boisse P. Meso modelling for composite preform shaping: Simulation of the loss of cohesion of the woven fibre network. Composites, 2013, V. 54, P. 135–144.
5. Dixit A., Mali H. S., Misra R. K. Unit cell model of woven fabric textile composite for multiscale analysis. Procedia Engineering, 2013, V. 68, P. 352–358.



6. Isart N., El Said B., Ivanov D. S., Hallett S. R., Mayugo J. A., Blanco N. Internal geometric modelling of 3D woven composites: A comparison between different approaches. *Composite Structures*, 2015, V. 132, P. 1219–1230.

7. Barchev V. S., Kozhanov D. A. Modelirovanie raboty gibkikh tkanykh kompozitov s uchetom lokalnykh povrezhdeniy [Modeling the behavior of flexible woven composites considering local damage]. II Vserossiyskaya konferentsiya Nizhegorodskogo festivalya nauki s mezhdunarodnym uchastiem: sbornik tezisov dokladov. Nizhny Novgorod, Nizhegorodskiy gosudarstvennyy arkhitekturno-stroitelnyy universitet, 2025, P. 9–10. ISBN 978-5-528-00630-7.

8. Berendeev N. N. Opisanie povedeniya tkanogo kompozita pri staticheskom nagruzhenii s ispolzovaniem strukturnoy modeli [Description of the behavior of a woven composite under static loading using a structural model]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N. I. Lobachevskogo* [Bulletin of Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod]. Nizhny Novgorod, 2013, № 4 (4), P. 173–179.

9. Kozhanov D. A., Lyubimov A. K. Modelirovanie protsessov deformirovaniya gibkikh tkanykh kompozitov. Chast 1. Strukturnye modeli [Modeling of deformation processes of flexible woven composites. Part 1. Structural models]. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [Problems of Strength and Plasticity]. Nizhny Novgorod, 2017, Vol. 79, № 2, P. 156–168.

10. Kozhanov D. A. Modelirovanie protsessov deformirovaniya gibkikh tkanykh kompozitov. Chast 2. Eksperimentalnye issledovaniya i aprobatsiya modeley [Modeling of deformation processes of flexible woven composites. Part 2. Experimental studies and validation of models]. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [Problems of Strength and Plasticity]. Nizhny Novgorod, 2018, Vol. 80, № 1, P. 41–52.

11. Dedkov D. V. Matematicheskaya model mekhanicheskogo povedeniya tkanykh kompozitov s lokalnymi tekhnologicheskimi defektami [Mathematical model of the mechanical behavior of woven composites with local technological defects]: diss. ... kand. tekhn. nauk; Permskiy natsionalnyy issledovatel'skiy politekhnicheskiy universitet. Perm, 2015, 112 p.

12. Kozhanov D. A. Modelirovanie diagrammy deformirovaniya obraztza gibkogo tkannogo kompozita v usloviyakh odnoosnogo staticheskogo nagruzheniya s uchetom vyazkouprugikh deformatsiy i nalichiem povrezhdeniya [Modeling the deformation diagram of a flexible woven composite specimen under uniaxial static loading considering viscoelastic deformations and damage]. *Sbornik dokladov 18-y Nizhegorodskoy sessii molodykh uchenykh. Tekhnicheskie nauki*. Nizhny Novgorod, 2013, P. 125–128.

13. Abu Bakar I. A., Kramer O., Bordas S., Rabczuk T. Optimization of elastic properties and weaving patterns of woven composites. *Composite Structures*, 2013, V. 100, P. 575–591.

14. Stier B., Simon J.-W., Reese S. Comparing experimental to numerical meso-scale approach for woven fiber reinforced plastics. *Composite Structures*, 2015, V. 52, P. 553–560.

© В. С. Барчев, Д. А. Кожанов, 2026

Получено: 28.05.2026 г.