



УДК 624.072.2

В. В. БЕЛОВ¹, д-р техн. наук, гл. эксперт по строительной части;
А. Л. БАЛУШКИН², канд. техн. наук, доц. кафедры «Строительство зданий и сооружений»

РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ КРИТИЧЕСКОЙ НАКЛОННОЙ ТРЕЩИНЫ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ. ЧАСТЬ II

¹АО «Атомэнергопроект».

Россия, 197183, г. Санкт-Петербург, ул. Савушкина, д. 82.

Тел.: (921) 920-24-01, эл. почта: VVBelov@spbaer.ru

²ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет».

Россия, 150025, г. Ярославль, Московский пр-т, д. 88.

Тел.: (903) 638-12-55, эл. почта: albalush@mail.ru

Ключевые слова: поперечный изгиб, критическая наклонная трещина, сцепление, продольные и поперечные смещения.

В статье предложена модель деформирования железобетонных элементов на стадиях предразрушения и разрушения с разделением элемента по критической наклонной трещине. Разрешающая система уравнений получена с учетом особенностей развития КНТ и контактного взаимодействия блоков, разделенных критической трещиной.

Для продольной растянутой арматуры A_s дополнительно рассматриваются вспомогательные нормальные сечения по обе стороны от пересечения арматуры с КНТ (см., например, рис. 1). Тогда на участке $l = l_2$ между КНТ и сечением 2-2, проходящим через вершину КНТ, три зависимости относительно ε_s, u_s и ε_{sl}, u_{sl} (см. формулы (15), (16) и (17) публикации [1]) устанавливают взаимосвязь смещения арматурного элемента $u_s = u_{sG}$ и его относительной деформации $\varepsilon_s = \varepsilon_{sG}$ по борту КНТ со стороны блока G (рис. 4 в [1]) со смещением этой же арматуры $u_{sl} = u_{s2}$ в сечении 2-2 при относительной деформации $\varepsilon_{sl} = \varepsilon_{s2}$, определяемой системой (11) в [1].

Соответственно, на участке $l = l_3$ до сечения 3-3 по другую сторону от КНТ, учитывая $u_s = u_{sP} = U_s - u_{sG}$, этими же формулами (15), (16) и (17) устанавливаются соотношения для смещения арматурного стержня $u_{sl} = u_{s3}$ и его относительной деформации $\varepsilon_{sl} = \varepsilon_{s3}$ в сечении 3-3, а, главное, деформации арматуры $\varepsilon_s = \varepsilon_{sP}$ у борта трещины со стороны блока P (рис. 4 в части I [1]).

В общем случае выбор сечения 3-3 определяется отсутствием на длине l_3 внешней нагрузки и поперечных связей. А в часто встречающихся на практике характерных ситуациях подходящий выбор сечения 3-3, например:

– на свободном торце конструктивного элемента при расположении КНТ вблизи крайней опоры (рис. 1а), когда $\varepsilon_{sl} = 0$ и $u_{sl} = 0$ (при нормальных

условиях эксплуатации) или когда $u_{sl} \neq 0$ и/или $\varepsilon_{sl} \neq 0$ известны по результатам натурных наблюдений или экспериментов;

– в ближайшей к КНТ трещиностойкой зоне с $M < M_{crc}$, где справедливо условие $u_{sl} = 0$ (рис. 1б);

– в ближайшем к КНТ сечении с нулевым изгибающим моментом $M = 0$ или сечении с изгибающим моментом обратного знака, в которых перемещение $u_{sl} = 0$ (рис. 1в),

позволяет также снизить порядок разрешающей системы уравнений.

При этом осевое усилие N_s в продольной арматуре в сечении с КНТ определяется по формуле (7) в части I при $\varepsilon_s = \max(\varepsilon_{sP}, \varepsilon_{sG})$ (рис. 4 в [1]).

В точках пересечения поперечных стержней со сжатой (точка P) и растянутой (точка G) продольной арматурой осевые смещения поперечных стержней принимаются нулевыми. Следовательно, например, на участке $l=l_P$ формулы (15), (16) и (17) при $u_{sl} = 0$ представляют собой соотношения для смещения $u_s = u_{swP}$ и деформации $\varepsilon_s = \varepsilon_{swP}$ со стороны блока P , а также относительной деформации ε_{sl} в точке P . Поэтому на участке $l=l_G$ уравнений (15) и (17) достаточно для установления взаимосвязи осевых деформаций $\varepsilon_s = \varepsilon_{swG}$ со стороны блока G и ε_{sl} в точке G при заданных смещениях $u_s = 0$ и $u_s = u_{swG} = V_{sw} - u_{swP}$.

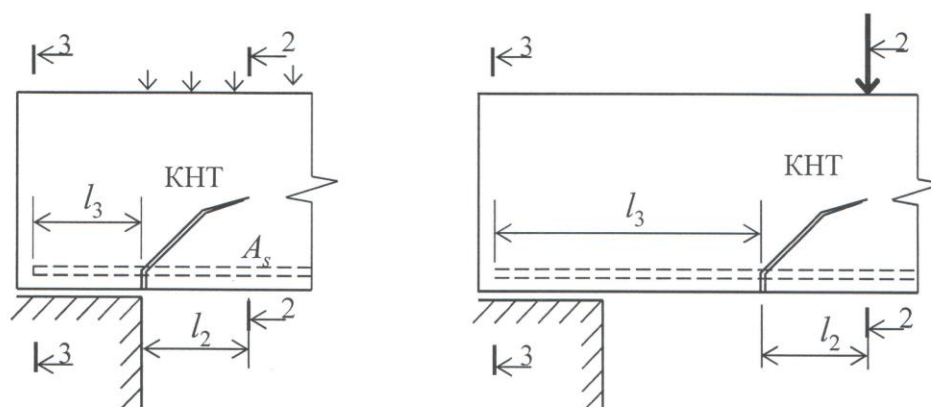
Последовательность рассмотрения участков l_P и l_G произвольная, а расчетное усилие в i -ом поперечном стержне q_{swi} также определяется при наибольшей относительной деформации $\varepsilon_{swi} = \max(\varepsilon_{swP}, \varepsilon_{swG})$.

В целом ряде практически важных случаев при развитии КНТ возникает необходимость учета «нагельного эффекта» [2–6]. Для этого при определении поперечных усилий в продольной растянутой арматуре соотношение ее поперечных и продольных смещений в трещине (рис. 2) из геометрических соображений принимается равным:

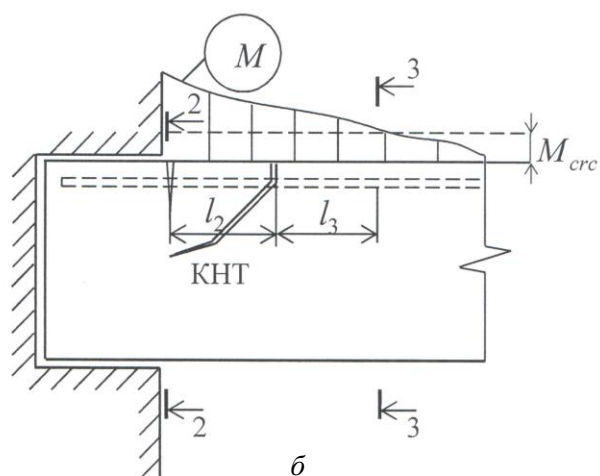
$$\frac{v_{sP}}{v_{sG}} = \frac{u_{sg}}{u_{sp}}, \quad (1)$$

а, следовательно, учитывая $v_{sP} + v_{sG} = V_s$, для общего значения V_s и слагаемых v_{sP}, v_{sG} поперечного сдвига КНТ на уровне арматурного пояса A_s получаются зависимости:

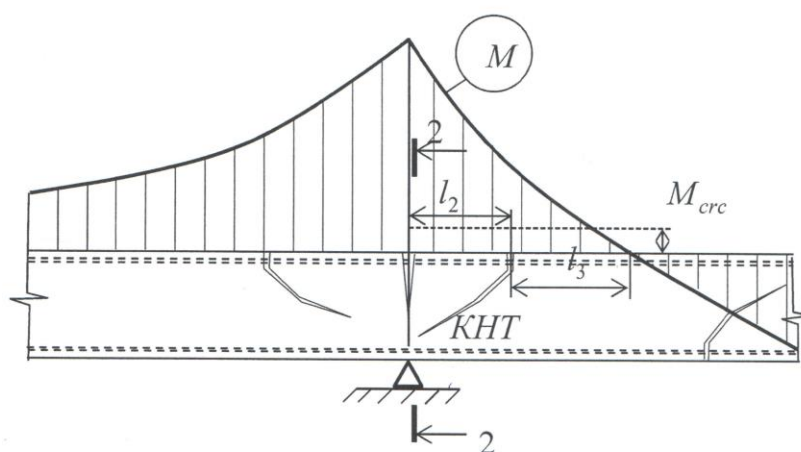
$$v_{sP} = \frac{V_s}{1 + \frac{u_{sg}}{u_{sp}}} \quad \text{и} \quad v_{sG} = \frac{V_s}{1 + \frac{u_{sp}}{u_{sg}}}. \quad (2)$$



а



б



в

Рис. 1. Расположение вспомогательных сечений

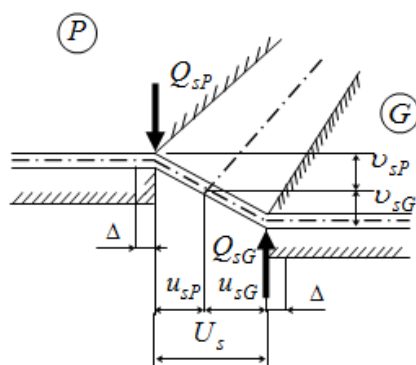


Рис. 2. Схема нагельного эффекта

Далее, поперечное деформирование продольной арматуры диаметром d_s рассматривается по схеме балки на упругом основании [2] с коэффициентом постели k_n , который принимается, например, в соответствии с экспериментальными данными Ю. А. Тевелева [7]:

$$k_n = \frac{0,123}{d_s} E_b. \quad (3)$$

Принимая длину «активного» давления Δ в зонах перегиба арматурного стержня по рекомендации монографии [8]:

$$\Delta = d_s \sqrt{\frac{20 \text{ МПа}}{R_b [\text{МПа}]}} \quad (4)$$

эквивалентные смещения «наведенные» поперечные силы определяются по формулам:

$$Q_{sP} = v_{sP} k_n d_s \Delta \quad \text{и} \quad Q_{sG} = v_{sG} k_n d_s \Delta. \quad (5)$$

В итоге, перерезывающее усилие в растянутой арматуре A_s из суперпозиции решений для двух встречных сосредоточенных нагрузок на плече U_s (рис. 2) равно:

$$Q_s = \frac{1}{2} V_s 0,123 E_b d_s \sqrt{\frac{20}{R_b}} \left(\frac{1}{1 + \frac{u_{sG}}{u_{sP}}} - \frac{e^{-\beta \cdot U_s} \cdot \cos \beta \cdot U_s}{1 + \frac{u_{sP}}{u_{sG}}} \right), \quad (6)$$

$$\text{где } \beta = \frac{1}{d_s} \sqrt[4]{\frac{0,123 \cdot 16}{\pi \alpha_E}}, \quad \alpha_E = E_s / E_b.$$

Зависимость (6) получена в предположении, что сдвиг берегов трещины V_s практически полностью обусловлен смятием бетонного основания и собственным изгибом арматурного стержня. Что примерно справедливо, если устье КНТ примыкает к опоре железобетонного элемента (рис. 1а), либо в этой зоне приложена прижимающая нагрузка, превосходящая Q_{sP} .

При иных положениях КНТ или при отсутствии прижимающих напряжений $0 < \sigma_z < R_b$ для элементов с поперечной арматурой диаметром d_{sw} и шагом s_w поперечное усилие в продольной арматуре следует определять с учетом локального откола защитного слоя бетона и, как следствие, приближения к консольной схеме работы продольного стержня на длине откола s_w (рис. 3):

$$Q_s = \frac{1}{2} V_s d_s \left[\frac{3\pi}{32} E_s \left(\frac{d_s}{s_w} \right)^3 \cdot \frac{1}{1 + \frac{u_{sG}}{u_{sP}}} - 0,123 E_b \sqrt{\frac{20}{R_b}} \frac{e^{-\beta U_s} \cdot \cos \beta \cdot U_s}{1 + \frac{u_{sP}}{u_{sG}}} \right]. \quad (7)$$

При этом положение ближайшего к устью КНТ поперечного стержня принимается как самое неблагоприятное с точки зрения оценки нагельного эффекта.

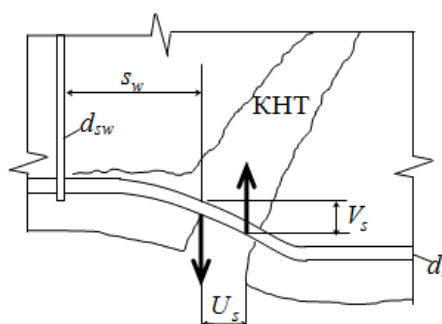


Рис. 3. Определение Q_s при отколе защитного слоя бетона

Для элементов без поперечной арматуры при расположении устья КНТ от опоры на расстоянии $l \leq 5d_s$ формулой (7) допустимо пользоваться с заменой s_w на l . При отсутствии поперечной арматуры и прижимающей защитный слой бетона внешней нагрузки или опоры в окрестности устья КНТ, поперечным усилием в продольной растянутой арматуре за малостью целесообразно пренебрегать, принимая $Q_s = 0$.

Перерезывающее усилие n_{swi} в i -стержне поперечной арматуры A_{sw} , когда при раскрытиях трещины $U_{swi} \leq 1 \text{ мм}$ радиус бетонной обоймы по обе стороны от КНТ превышает $(6 \div 7)d_{sw}$ [8], по рекомендации ЦНИИЭП жилища определяется эмпирической зависимостью [9]:

$$n_{swi} = k_{сдвиг} \cdot U_{swi}, \quad (8)$$

где коэффициент поперечного сдвига $k_{сдвиг} = \frac{d_{sw} \cdot E_b}{24}$. При невыполнении вышеуказанных условий $n_{swi} = 0$.

В рамках рассматриваемой расчетной модели возможно решение задач трех типов:

1. Определение напряженно-деформированного состояния железобетонного элемента с КНТ с последующей проверкой условий локальной прочности и ограничений по ширине раскрытия трещины (прямая задача).

В этом случае при известных внутренних усилиях M, N и Q , а также геометрических, прочностных и деформационных характеристиках элемента с заданной схемой армирования решается замкнутая система нелинейных алгебраических уравнений (9), порядок которой зависит и от наличия и количества k пересекаемых КНТ поперечных стержней:

$$\left. \begin{aligned}
 & 1) F_1(\alpha_M, U_N, \varphi, C_\varphi), \\
 & 2) F_2(\alpha_M, V_Q, \varphi, C_\varphi), \\
 & 3) \sum N_{1-1} \left(\sigma_b, x_2, \varepsilon_s, \varphi, C_\varphi, \sum_i n_{swi} = 0 \right), \\
 & 4) \sum M_{1-1} \left(\sigma_b, x_2, \tau_b, \varphi, C_\varphi, \sum_i \varepsilon_{swi}, \sum_i n_{swi} \right) = 0, \\
 & 5) \sum Q_{1-1} \left(\tau_2, x_2, V_Q, U_N, \varphi, C_\varphi, \sum_i \varepsilon_{swi} \right) = 0; \\
 & 6) F_3 \left(\sigma_b, x_2, \varepsilon_s, \varepsilon_{s2}, \varphi, C_\varphi, \sum_i n_{swi} \right); \\
 & 7) \sum N_{2-2} (\sigma_b, \varepsilon_{s2}, x_2, \varphi, C_\varphi) = 0, \\
 & 8) \sum M_{2-2} (\sigma_b, \varepsilon_{s2}, x_2, \varphi, C_\varphi = 0); \\
 & 9) F_4(\tau_b, \sigma_b, x_2, \varphi, C_\varphi), \\
 & 10) \Phi_1(\varepsilon_{sG}, u_{sG}, \varepsilon_{s2}, u_{s2}), \\
 & 11) \Phi_2(\varepsilon_{sG}, u_{sG}, u_{s2}), \\
 & 12) \Phi_3(\varepsilon_{sG}, u_{sG}, \varepsilon_{s2}, u_{s2}); \\
 & 13) \Phi_1(\varepsilon_{s3}, u_{s3}, \varepsilon_{sP}, u_{sP}, U_N, \alpha_M, \varphi, C_\varphi), \\
 & 14) \Phi_2(u_{s3}, \varepsilon_{sP}, u_{sG}, U_N, \alpha_M, \varphi, C_\varphi), \\
 & 15) \Phi_3(\varepsilon_{s3}, u_{s3}, \varepsilon_{sP}, u_{sP}, U_N, \alpha_M, \varphi, C_\varphi); \\
 & 16) F_5(Q_s, u_{sG}, u_{sP}, \alpha_M, \varphi, C_\varphi), \quad (7) \\
 & 17) \Phi_1(u_{swP}, \varepsilon_{swP}, \varepsilon_{sl(P)}) \\
 & 18) \Phi_2(u_{swP}, \varepsilon_{swP}), \\
 & 19) \Phi_3(u_{swP}, \varepsilon_{swP}, \varepsilon_{sl(P)}); \\
 & 20) \Phi_1(\varepsilon_{swG}, \varepsilon_{sl(G)}, u_{swP}, \alpha_M, \varphi, C_\varphi), \\
 & 21) \Phi_3(\varepsilon_{swG}, \varepsilon_{sl(G)}, u_{swP}, \alpha_M, \varphi, C_\varphi); \\
 & 22) F_6(n_{swi}, U_N, \alpha_M, \varphi, C_\varphi) \quad (8)
 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & \{1\} \text{ с учетом } \{2\}, \{3\} \\ & \{9\} \\ & \{10\} \\ & \{11\} \\ & \{13\} \\ & \{15\}, \{16\}, \{17\} \\ & \{15\}, \{16\}, \{17\} \\ & (7) \\ & \{15\}, \{16\}, \{17\} \\ & k \text{ раз} \end{aligned} \quad (9)$$

относительно $12 + 4 \cdot k$ основных неизвестных.

Номера формул, указанные в фигурных скобках относятся к части I.



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
φ	C_φ	α_M	U_N	V_Q	σ_b	τ_b	x_2	ε_{sP}	ε_{sG}	u_{sG}	Q_s	ε_{swG}	ε_{swP}	u_{swP}	n_{swi}

k раз

и $4 + 2 \cdot k$ вспомогательных неизвестных

1	2	3	4	5	6
ε_{s2}	ε_{s3}	u_{s2}	u_{s3}	$\varepsilon_{sl(P)}$	$\varepsilon_{sl(G)}$

k раз

Таким образом, в общем случае система (9) имеет порядок $16 + 6 \cdot k$, который может быть снижен, в частности, за счет пренебрежения несимметричностью деформаций арматуры на оппозитных бортах КНТ.

После решения системы (9) осуществляется проверка достижения предельных состояний в КНТ:

– исчерпание «упругой» работы сцепления из условий $\max(u_{sG}, u_{sP}) \leq u_R$ – для продольной арматуры и $\max(u_{swG}, u_{swP}) \leq u_R$ – для i -ой поперечной арматуры ($u_R = 1$ мм – граничное значение смещения арматуры относительно бетона). При невыполнении условий длина участка «пластического» сцепления Δl (рис. 6 в части I [1]) определяется из выражения:

$$\Delta l = l \cdot \left[1 - \left(\frac{u_R^{0.4} - u_{sl}^{0.4}}{u_s^{0.4} - u_{sl}^{0.4}} \right)^{\frac{\varepsilon_{sl}}{\varepsilon_s}} \right], \quad (10)$$

а решение системы (9) повторяется с заменой неизвестной ε_s на относительную деформацию $\varepsilon_{s, l-\Delta l}$ на границе «упругого» сцепления. В этом случае относительная деформация арматуры ε_s и ее смещения u_s по борту КНТ далее определяются как:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{s, l-\Delta l} + \frac{4\tau_R \cdot \Delta l}{E_s d_s}; \quad (11)$$

$$u_s = u_R + \Delta l \left(\varepsilon_{s, l-\Delta l} + \frac{2\tau_R \cdot \Delta l}{E_s d_s} \right); \quad (12)$$

– раскалывание растянутого защитного слоя толщиной a из-за расклинивающего эффекта при сдвиге относительно бетона поперечных рифов арматуры, имеющих шаг t , при одновременном выполнении условий:

$$\frac{2.75t\sqrt{R_{bn}}}{R_{bn}d_s \left((a/d_s)^2 - 0.25 \right)} \geq 1 \quad (13)$$

и

$$u_s \geq 0.1t \left(\frac{2R_{bt}}{\sqrt{R_{bn}}} \right)^{2.5}, \quad (14)$$

(здесь R_{bn}, R_{bt} принимаются в МПа);

- исчерпание прочности крайнего сжатого волокна бетона из условия $\sigma_b \leq R_b$;
- разрушение бетона в окрестностях вершины КНТ (рис. 3 в части I) при совместном действии сжатия $\sigma_x(x_c)$ и касательных напряжений сдвига τ_b из условия п. 7.1.1 СП 63.13330.2018 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения»:

$$\frac{\sigma_{mt}(x_c)}{R_{bt}} + \frac{\sigma_{mc}(x_c)}{R_b} \leq 1, \quad (15)$$

с учетом соотношений (4), (12) и (13) в части I;

- отслоение сжатой полосы бетона высотой x_c из условия $\sigma_z(x_c) \leq R_{bt}$;
- откол сжатого защитного слоя бетона из условия:

$$\frac{\pi d_s}{8} \varepsilon_{sc} E_s \left(\frac{\sigma_b}{x_c E_b(\varepsilon_b)} + \frac{\varepsilon_{s2}}{h_0 - x_c - x_2} \right) \leq R_{bt}; \quad (16)$$

- достижение предела текучести в продольной растянутой арматуре из условия:

$$\varepsilon_s \leq \frac{R_s}{E_s}; \quad (17)$$

- достижение предела текучести в i -ом стержне поперечной арматуры из условия:

$$\varepsilon_{swi} \leq \frac{R_{sw}}{E_s} (i = 1, \dots, k); \quad (18)$$

- чрезмерное раскрытие КНТ из условия:

$$\sqrt{U_s^2 + V_s^2} = a_{crc, KHT}, \quad (19)$$

где $a_{crc, KHT}$ – предельная ширина раскрытия КНТ.

2. Подбор армирования и/или высоты сечения.

В этом случае при известных значениях внутренних усилий M, Q и N подбор осуществляется путем попарной замены неизвестных в разрешающей системе уравнений (9):

- подбор поперечной арматуры (d_{sw} при заданном S_w или S_w при заданном d_{sw}) при заданной граничной деформации $\varepsilon_{sw1} = R_{sw}/E_s$ или $\varepsilon_{sw1} = R_s/E_s$;
- подбор продольной арматуры A_s при заданной граничной относительной деформации $\varepsilon_s = R_s/E_s$ или $\varepsilon_s = 0.025$;
- подбор высоты сечения элемента h при $\sigma_b = R_b$ или $\varepsilon_b = 0.002$.

3. Определение предельных усилий $M = M_{ult}$ и/или $Q = Q_{ult}$ и/или $N = N_{ult}$ при заданных $\varepsilon_s = R_s/E_s$ и/или $\varepsilon_{swi} = R_{sw}/E_s$ и/или $\sigma_b = R_b$ (обратная задача).



Выводы

Разработана общая модель деформирования железобетонных элементов с критической наклонной трещиной при: а) произвольных схемах приложения внешней нагрузки и значениях «пролета среза»; б) одновременном учете внутренних усилий M , Q и N ; в) отсутствии или наличии поперечного армирования; г) прямом учете несимметричного раскрытия критической трещины и сдвига ее берегов; д) учете «нагельного эффекта» как в продольной, так и в поперечной арматуре; е) методологически единой оценке прочностных параметров бетона и арматуры, а также траектории КНТ, ее раскрытия и поперечного сдвига; ж) расширенной номенклатуре расчетных предельных состояний элемента.

Разрешающая система алгебраических уравнений позволяет с помощью общедоступных расчетно-программных пакетов математического анализа типа *MatLab* и *Maple* решать инженерные задачи трех типов: 1) определение параметров НДС с проверкой достижения предельных состояний при заданных характеристиках сечения и значениях внутренних усилий; 2) подбор поперечного и продольного армирования и высоты сечения при известных внутренних усилиях; 3) определение предельных усилий $M = M_{ult}$ и/или $Q = Q_{ult}$ и/или $N = N_{ult}$ по тем или иным критериям прочности заданного сечения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Белов, В. В. Расчетная модель критической наклонной трещины при поперечном изгибе железобетонных элементов (часть I) / В. В. Белов, А. Л. Балускин // Приволжский научный журнал / Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет. – Нижний Новгород, 2026.
2. Белов, В. В. Напряженно-деформированное состояние массивных железобетонных элементов с магистральными трещинами / В. В. Белов // Гидротехническое строительство. – 1999. – № 1. – С. 52–56.
3. Рочняк, О. А. Сопротивление поперечному изгибу железобетонных элементов с продольной и отогнутой арматурой (при наличии и отсутствии сцепления с бетоном) : специальность 05.23.01: автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук / Рочняк Олег Анатольевич ; Научно-исследовательский, проектно-конструкторский и технологический институт бетона и железобетона им. А. А. Гвоздева. – Москва, 1994. – 46 с.
4. Силантьев, А. С. Сопротивление изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям с учетом влияния продольного армирования : специальность 05.23.01 : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Силантьев Александр Сергеевич ; Московский государственный университет. – Москва, 2012. – 257 с.
5. Морозов, В. И. Анализ влияния продольного армирования на сопротивление сдвигу в железобетонных балках без хомутов / В. И. Морозов, К. Х. Ле // Вестник гражданских инженеров. – 2023. – № 6 (101). – С. 13–22.
6. Ле, К. Х. Экспериментально-теоретическое исследование влияния продольной арматуры на несущую способность железобетонных балок по наклонному сечению / К. Х. Ле // Вестник гражданских инженеров. – 2025. – № 1 (108). – С. 26–35.
7. Тевелев, Ю. А. Железобетонные трубы. Проектирование и изготовление / Ю. А. Тевелев. – Москва : АСВ, 2004. – 328 с. – ISBN 5-93093-274-3.



8. Железобетонные стены сейсмостойких зданий. Исследования и основы проектирования / под редакцией Г. Н. Ашкинадзе, М. Е. Соколова. – Москва : Стройиздат, 1988. – 504 с. – ISBN 5-274-00214-5.

9. Данель, В. В. Анализ формул для определения сдвиговой жесткости безшпоночного вертикального монолитного бетонного стыка двух железобетонных панелей, пересекаемых непрерывными арматурными стержнями / В. В. Данель // Строительная механика и расчет сооружений. – 2013. – № 5. – С. 2–11.

BELOV Vaycheslav Vyacheslavovich¹, doctor of technical sciences, chief expert on construction; BALUSHKIN Aleksandr Leonidovich², candidate of technical sciences, associate professor of the chair of construction of buildings and structures

CALCULATION MODEL OF CRITICAL DIAGONAL CRACK UNDER TRANSVERSE BENDING OF REINFORCED CONCRETE ELEMENTS. PART II

¹Atomenergoproekt, JSC.

82 Bldg. A, Savushkina St., Saint Petersburg, 197183, Russia.

Tel.: (921) 920 24 01, e-mail: VVBelov@spbaep.ru

²Yaroslavl State Technical University.

88, Moskovsky Prospect, Yaroslavl, 150025, Russia.

Tel.: (4852) 44-36-61; (903) 638-12-55; e-mail: albalush@mail.ru

Key words: transverse bending, critical diagonal crack, bond, longitudinal and transverse displacements.

This article proposes a model for the deformation of reinforced concrete elements at the pre-fracture and failure stages, with separation of the element along a critical diagonal crack. The governing system of equations is derived taking into account the specific features of the development of the critical diagonal crack and the contact interaction of blocks separated by a critical crack.

REFERENCES

1. Belov V. V., Balushkin A. L. Raschetnaya model kriticheskoy naklonnoy treshchiny pri poperechnom izgibe zhelezobetonnykh elementov. Chast I [Calculation model of a critical diagonal crack under transverse bending of reinforced concrete elements. Part I]. Privolzhskiy nauchny zhurnal [Privolzhsky Scientific Journal]. Nizhegorodskiy gosudarstvennyy arkhitekturno-stroitelnyy universitet. Nizhny Novgorod, 2026.

2. Belov V. V. Napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie massivnykh zhelezobetonnykh elementov s magistral'nymi treshchinami [Stress-strain state of massive reinforced concrete elements with main cracks]. Gidrotekhnicheskoe stroitelstvo [Hydraulic Engineering Construction]. Moscow, 1999, № 1, P. 52–56.

3. Rochnyak O. A. Soprotivlenie poperechnomu izgibu zhelezobetonnykh elementov s prodolnoy i otognutoy armaturoy (pri nalichii i otsutstvii stsepleniya s betonom) [Resistance to transverse bending of reinforced concrete elements with longitudinal and bent-up reinforcement (in the presence and absence of bond with concrete)]: spetsialnost 05.23.01: avtoref. diss. ... dok. tekhn. nauk; Nauchno-issledovatel'skiy, projektno-konstruktorskiy i tekhnologicheskiy institut betona i zhelezobetona im. A. A. Gvozdeva. Moscow, 1994, 46 p.

4. Silantev A. S. Soprotivlenie izgibaemykh zhelezobetonnykh elementov po naklonnym secheniyam s uchetom vliyaniya prodol'nogo armirovaniya [Resistance of bent reinforced



concrete elements along inclined sections considering the influence of longitudinal reinforcement]: spetsialnost 05.23.01: diss. ... kand. tekhn. nauk; Moskovskiy gosudarstvennyy universitet. Moscow, 2012, 257 p.

5. Morozov V. I., Le K. Kh. Analiz vliyaniya prodolnogo armirovaniya na soprotivlenie sdvigu v zhelezobetonnykh balkakh bez khomutov [Analysis of the influence of longitudinal reinforcement on shear resistance in reinforced concrete beams without stirrups]. Vestnik grazhdanskikh inzhenerov [Bulletin of Civil Engineers]. Saint Petersburg, 2023, № 6 (101), P. 13–22.

6. Le K. Kh. Eksperimentalno-teoreticheskoe issledovanie vliyaniya prodolnoy armatury na nesushchuyu sposobnost zhelezobetonnykh balok po naklonnomu secheniyu [Experimental and theoretical study of the influence of longitudinal reinforcement on the load-bearing capacity of reinforced concrete beams along an inclined section]. Vestnik grazhdanskikh inzhenerov [Bulletin of Civil Engineers]. Saint Petersburg, 2025, № 1 (108), P. 26–35.

7. Tevelev Yu. A. Zhelezobetonnye truby. Proektirovanie i izgotovlenie [Reinforced concrete pipes. Design and manufacturing]. Moscow, ASV, 2004, 328 p. ISBN 5-93093-274-3.

8. Zhelezobetonnye steny seysmostoykikh zdaniy. Issledovaniya i osnovy proektirovaniya [Reinforced concrete walls of earthquake-resistant buildings. Research and design fundamentals], pod red. G. N. Ashkinadze i M. E. Sokolova. Moscow, Stroyizdat, 1988, 504 p. ISBN 5-274-00214-5.

9. Danel V. V. Analiz formul dlya opredeleniya sdvigovoy zhestkosti bezshponochnogo vertikalnogo monolitnogo betonnoy styka dvukh zhelezobetonnykh paneley, peresekaemykh nepreryvnymi armaturnymi sterzhnyami [Analysis of formulas for determining the shear stiffness of a non-keyed vertical monolithic concrete joint of two reinforced concrete panels intersected by continuous reinforcing bars]. Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy [Structural Mechanics and Analysis of Structures]. Moscow, 2013, № 5, P. 2–11.

© В. В. Белов, А. Л. Балускин, 2026

Получено: 17.12.2025 г.