



УДК 693.1:004.94

**И. А. ЛОМОВСКОЙ**, аспирант кафедры теории сооружений и технической механики; **С. Ю. ЛИХАЧЕВА**, доц., канд. физ.-мат.-наук, проф. кафедры теории сооружений и технической механики

### **МИКРОМОДЕЛИРОВАНИЕ КАМЕННОЙ КЛАДКИ С УЧЕТОМ АДГЕЗИОННЫХ И КОГЕЗИОННО-ФРИКЦИОННЫХ СВОЙСТВ КОНТАКТНЫХ ИНТЕРФЕЙСОВ: ОБЗОР СОВРЕМЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет». Россия, 603952, г. Нижний Новгород, ул. Ильинская, д. 65.

Тел.: (831) 280-84-01; эл. почта: rector@nngasu.ru

*Ключевые слова:* каменная кладка, микро моделирование, контактный интерфейс, адгезия, трение, когезионно-фрикционная модель, метод конечных элементов, метод дискретных элементов, гомогенизация, машинное обучение.

---

*В статье представлен обзор современных подходов к микро моделированию каменной кладки с учетом адгезионных и когезионно-фрикционных свойств контактных интерфейсов. Рассмотрены основные методы: упрощенное и детальное микро моделирование на основе метода конечных элементов (МКЭ), а также метод дискретных элементов (МДЭ). Особое внимание уделено описанию поведения интерфейсов «кирпич – раствор», включая накопление повреждений, трение и дилатансию. Прослежена эволюция моделей от макро- к микро подходам, рассмотрены методы гомогенизации и применения машинного обучения. Выявлены ключевые нерешенные проблемы и намечены направления дальнейших исследований.*

---

#### **Введение**

Каменная кладка представляет собой сложный анизотропный композит, чьи механические свойства в значительной степени определяются ее дискретной структурой, состоящей из кирпичей, раствора и контактных зон между ними (*контактные интерфейсы*). Неоднородность этих компонентов и специфика их взаимодействия играют ключевую роль в формировании механизмов разрушения, что особенно ярко проявляется при сложном виде напряженно-деформированного состояния.

Метод расчета каменных кладок, в отличие от методик для других строительных материалов (например, железобетона), до сих пор базируется на подходах, разработанных в середине XX века. Классические инженерные методы не обеспечивают полного анализа напряженно-деформированного состояния конструкций.

Для устранения этого недостатка необходимо моделировать разрушение кладки как процесс превышения напряжениями пределов прочности ее основных компонентов – кирпича и раствора.

Кроме того, традиционные подходы к расчетам сталкиваются с принципиальным ограничением – неспособностью адекватно описать поведение конструкции в пластической стадии деформирования, определить характер и направление развития трещин. Данное ограничение становится критическим при

анализе особых режимов эксплуатации, когда именно способность материала к неупругому деформированию определяет его несущую способность.

В этой связи переход к методам, учитывающим пластические деформации, позволяет не только выявить действительные резервы материала, но и закладывает научную основу для современных подходов в проектировании.

Кроме того, существующие нормативные методы расчета каменной кладки на сдвиг не охватывают всех возможных механизмов разрушения, например, сдвига по кривой штрабе. Отсутствие единого критерия прочности, учитывающего разные сценарии, также обосновывает необходимость перехода к более совершенным инструментам анализа.

Наиболее перспективным инструментом в данной области является микро моделирование, которое открывает возможность анализа дискретной структуры кладки на уровне ее компонентов. Этот метод обеспечивает точное прогнозирование развития трещин и позволяет учитывать реальные механизмы разрушения, что выводит инженерные расчеты на качественно новый уровень.

В современной практике микро моделирования каменной кладки доминируют два принципиальных подхода, основанных на методе конечных элементов (МКЭ/*FEM*):

- **Детализированное микро моделирование** (см. рис. 1а), при котором кирпичи, растворные швы и контактные зоны между ними описываются отдельными конечными элементами. Каждому компоненту присваивается уникальный набор физико-механических характеристик и законов деформирования, что позволяет моделировать разрушение на уровне каждого структурного элемента кладки.

- **Упрощенное микро моделирование** (см. рис. 1б), в рамках которого кирпичи представляются объемными упругопластическими элементами, а влияние растворного шва интегрируется в свойства интерфейсных элементов нулевой толщины. Поведение этих контактов описывается сложными законами взаимодействия, такими как модели Кулона с учетом когезионного сцепления.

Помимо методов МКЭ, значительную популярность в международной практике приобрел метод дискретных элементов (*DEM*). Его ключевое отличие заключается в том, что кладка моделируется как совокупность отдельных, недеформируемых или слабodeформируемых тел (кирпичей, блоков), взаимодействующих через заданные контактные законы.

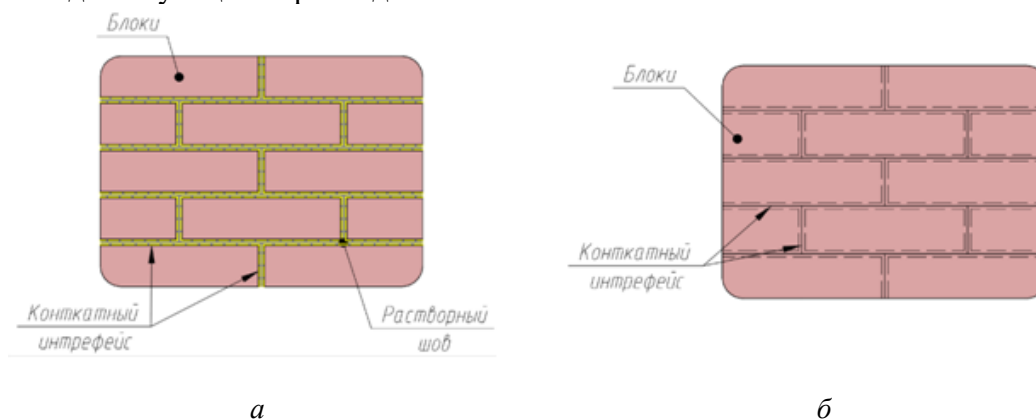


Рис. 1. Схема микромоделей: а – детальная микромодель б – упрощенная микромодель

### Эволюция численного моделирования каменной кладки: от макро- к микро-подходам

Исторически первые численные модели каменной кладки были макромоделями, в которых неоднородная структура заменялась эквивалентным однородным континуумом. Одна из ранних работ по созданию численной модели каменной кладки относится к 1978 году [1], где кладка рассматривается как совокупность упругих элементов (кирпичей), действующих совместно с элементами связи, имитирующими растворные швы с ограниченной прочностью на сдвиг, зависящей от сцепления и степени сжатия. Автор показал, что учет швов как отдельных нелинейных элементов критически важен для достоверного прогнозирования поведения стен.

В работе [2] проведено обширное экспериментальное исследование прочности кирпичной кладки при двухосном сжатии с учетом ее анизотропии. Было доказано, что для точного описания прочности каменной кладки при двухосном нагружении необходима трехмерная поверхность разрушения, учитывающая не только два главных напряжения, но и их ориентацию относительно швов. На основе полученных данных, позже в работе [3] авторы разработали модель, ключевой особенностью которой является описание поведения кладки через напряжения и деформации, ориентированные относительно растворных швов под разными углами.

В научной работе [4] предложена усовершенствованная композитная модель с составной поверхностью текучести (*cap model*) (рис. 2), которая в рамках единой формулировки описывает основные механизмы разрушения: растяжение и сдвиг по швам, смятие и диагональное растрескивание блоков. Для вычислительной эффективности кирпичи моделируются линейно-упругими, направление возможной трещины в блоке задается вертикальными интерфейсными элементами в средней плоскости, а все нелинейности сосредоточены в интерфейсах.

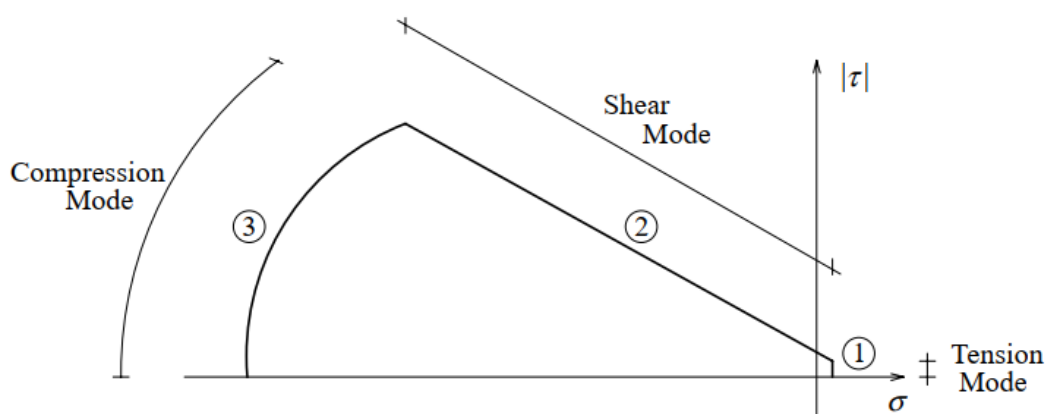


Рис. 2. Составная поверхность текучести: 1 – растяжение, 2 – сдвиг, 3 – сжатие (источник [4])

Несмотря на свою эффективность для расчета крупных конструкций, макромоделю не способны отразить дискретную природу каменной кладки. Поэтому дальнейшее развитие численных методов пошло по пути создания микромоделей, в которых кирпичи, растворные швы и контактные интерфейсы

моделируются явно. Эти подходы позволяют описывать реальные механизмы разрушения на уровне компонентов кладки и являются предметом настоящего обзора.

#### Упрощенное микромоделирование каменной кладки

В работах Пангаева В. В. и соавторов [5–11] разработаны и экспериментально верифицированы численные модели разрушения многорядной каменной кладки при сжатии. Установлено, что неоднородность системы перевязки тычковых и ложковых рядов приводит к растягивающим напряжениям в тычковом кирпиче, вызывающим начало разрушения уже при  $0,5 R_u$  ( $R_u$  – временное сопротивление). Выявлен трехстадийный механизм разрушения: расслоение кладки на вертикальные слои, деление слоев на элементы-столбики и последующее разрушение столбиков из-за внецентренного нагружения и дефектов сечения. Методом фотоупругости подтверждено совпадение эпюр напряжений с расчетными значениями, что обосновывает достоверность предложенных моделей. Для обеспечения точности моделирования определены деформативные характеристики цементных растворов (модули упругости, коэффициенты Пуассона) в зависимости от марки и уровня нагружения. Полученные результаты имеют практическое значение для проектирования многорядной кладки, особенно в высотных каменных зданиях.

В работе [12] авторы разработали модель когезионной зоны интерфейса (*cohesive-zone model, CZM*), которая сочетает процесс постепенного повреждения границы раздела «кирпич – раствор» и увеличения влияния сил трения. Основная идея заключается в том, что трение по закону Кулона активируется исключительно на полностью поврежденной части границы раздела (интерфейса), доля которой описывается скалярным параметром повреждения  $D$ . По мере роста  $D$  от 0 (начальное состояние) до 1 (полная декогезия) происходит постепенный переход от сопротивления за счет сил сцепления к сопротивлению, обусловленному исключительно трением. Полное напряжение на интерфейсе:

$$\sigma = (1 - D)\sigma^u + D\sigma^d,$$

где  $\sigma^u$  – напряжение на неповрежденной части интерфейса (упругое сцепление),  $\sigma^d$  – напряжение на поврежденной части с трением Кулона,  $1 - D$  – доля неповрежденной площади,  $D$  – доля поврежденной площади.

На поврежденной части действует условие трения Кулона (функция текучести):

$$\phi(\sigma^d) = \mu \langle \sigma^d \rangle_- + |\tau^d|,$$

где  $\mu$  – коэффициент трения,  $\langle \sigma^d \rangle_-$  – отрицательная часть нормального напряжения,  $\tau^d$  – касательное напряжение на поврежденной части интерфейса, и неассоциированный закон течения для неупругого скольжения:

$$\dot{s}^{di} = \dot{\lambda} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial \tau^d} \end{bmatrix} = \dot{\lambda} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\tau^d}{|\tau^d|} \end{bmatrix},$$

где  $\dot{s}^{di}$  – пластическая составляющая перемещения на поврежденной части интерфейса,  $\dot{\lambda}$  – пластический множитель (неотрицательная скорость,  $\dot{\lambda} \geq 0$ ).

В статье Г. Г. Кашеваровой и А. Ю. Зобачевой [13] представлены результаты комплексного исследования процесса разрушения кирпичной кладки, сочетающего натурные эксперименты и численное моделирование методом конечных элементов в *ANSYS*. Авторы экспериментально получили полные диаграммы деформирования, выявившие значительный запас несущей



способности конструкции после появления первых трещин (при 40–60 % от разрушающей нагрузки) и длительную ниспадающую ветвь, что свидетельствует о способности кладки воспринимать нагрузку даже при развитой системе трещин. Для численного описания упруго-хрупкого поведения была разработана модель, учитывающая накопление повреждений и деформационное разупрочнение через скачкообразное изменение компонента тензора упругости. Модель разрушения материала, которой соответствует момент появления трещин, дефектов представлена в виде:

$$F(\sigma_i) \geq K_p,$$

где  $F(\sigma_i)$  – функция состояния, зависящая от главных напряжений ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ),  $K_p$  – критерий разрушения материала, описывающий в общем случае трехмерную поверхность разрушения в пространстве главных напряжений и зависящий от прочностных характеристик материала при разных видах напряженного состояния.

Однако в зоне контактного взаимодействия между кирпичом и раствором, в данной модели выполняется условие непрерывности перемещений и деформаций. Разрушение контакта происходит по критерию разрушения базовых материалов (кирпича и раствора), а не по отдельному адгезионному критерию.

В работе [14] предложена двухуровневая модель поведения кусочно-однородных материалов с периодической структурой, в первую очередь – каменных кладок. Верхний уровень (макроуровень) представляет континуальную модель и служит для определения НДС конструкции в целом. Нижний уровень (микроуровень) – это детализированная модель типового повторяющегося фрагмента внутренней структуры материала, на котором изучается реальное взаимодействие его компонентов.

Оба уровня объединены единой математической моделью материала, ключевой особенностью которой является зависимость свойств (модулей упругости, прочности) от вида напряженного состояния (параметр  $P$ ), текущего уровня скалярной поврежденности ( $\omega$ ) и истории нагружения. Данный подход позволяет в рамках общей схемы учитывать разномодульность материала, накопление повреждений, ползучесть и физическую нелинейность. Адгезионные и фрикционные свойства на границе «кирпич – раствор» не моделируются явно через контактные элементы, а «размазываются» в свойствах растворного шва как материала. Это не позволяет отследить процесс зарождения трещин в зоне контакта кирпича и раствора.

В работах *Smoljanović H.* и соавторов разработана [15] и усовершенствована [16] комбинированная модель, сочетающая в себе метод конечных элементов и метод дискретных элементов. Авторы предложили ортотропную модель материала кирпича, учитывающую нелинейные процессы разрушения при сжатии, и дополнили ее модифицированным интерфейсным элементом нулевой толщины, который описывает экспоненциальное разупрочнение при растяжении и сдвиге, зависимость энергии разрушения при сдвиге от уровня предварительного сжатия, а также переменный коэффициент трения. Кроме того, авторы адаптировали модель для циклического нагружения.

Однако данная модель обладает типичными недостатками упрощенного микромоделирования: замена растворного шва поверхностью с трением, отсутствие прямого учета поперечного расширения раствора и эффекта дилатансии в швах. Авторы осознанно пошли на эти упрощения, что является

следствием выбранного комбинированного подхода МКЭ/МДЭ, ориентированного на вычислительную эффективность при моделировании обрушения крупных конструкций.

Работы [17, 18] формируют единое двухэтапное исследование, посвященное упрощенному микромоделированию каменной кладки с низкой прочностью сцепления методом дискретных элементов. В работе [17] предложен метод идентификации параметров материалов путем оптимизации численной модели по данным крупномасштабных натурных испытаний стеновых панелей. Исследование [18], базируясь на разработанной модели, проводит параметрический анализ, устанавливая, что прочность на растяжение растворного шва является доминирующим фактором инициации трещинообразования, в то время как сцепление и трение на контакте «кирпич – раствор» также влияют на возникновение первых трещин. Однако их вклад ниже по сравнению с прочностью соединения на растяжение.

Механизм сдвига реализован через условие кулоновского трения на контактах, выражаемое критерием:

$$|\tau_s| \geq J_{coh} + \sigma_n \cdot \tan(J_{fric}) = \tau_{max},$$

где  $\tau_s$  – касательное напряжение,  $J_{coh}$  – сцепление,  $\sigma_n$  – нормальное напряжение,  $J_{fric}$  – угол трения. Данный подход обеспечивает физически адекватное описание поведения низкокачественной кладки после образования трещины.

Модель применима только для случаев, где разрушение происходит только по границе раздела «кирпич – раствор». Упрощенное моделирование полностью игнорирует возможность декогезии в толще самого раствора, хотя и значительно снижает вычислительные затраты.

В работе [19] авторы исследуют применимость МДЭ для моделирования нелинейного поведения каменных конструкций при боковых нагрузках. Исследование проводится на стенах с различными типами перевязки камней в двумерной (2D) постановке, а также на стенах из бутовой кладки, порталных рамах и арках.

В статье [20] (Serpieri, R) представлена усовершенствованная трехмерная микроструктурная модель межфазного слоя для анализа каменной кладки, построенная на основе мультиплоскостной модели когезионной зоны (*multiplane cohesive-zone model, M-ZCM*). Ключевой особенностью разработки является композитное представление растворного шва в виде последовательного соединения упругого слоя конечной толщины и когезионного интерфейса нулевой толщины, что позволяет единообразно описывать как начальное линейное поведение, так и нелинейные эффекты: образование трещин, трение и дилатансию. Последняя моделируется геометрически, через взаимодействие наклонных элементарных плоскостей в составе репрезентативного мультиплоскостного элемента (*representative multiplane element, RME*).

Отдельного внимания требует статья Godio M. [21]. В ней авторы предлагают модель каменной кладки, основанной на МДЭ, которая валидирована на испытательных образцах. На данной модели исследуется влияние дилатансии контактных поверхностей и размеров самих блоков на прочность каменной кладки.



Предельное состояние шва при сдвиге определяется следующим неравенством (функцией текучести):

$$F_1 = t_t - C - t_n \cdot \tan(\varphi) \leq 0,$$

где  $t_t$  – касательное (сдвиговое) усилие на контакте,  $t_n$  – нормальное усилие (сжатие принимается отрицательным),  $C$  – сцепление (когезия) шва, а  $\varphi$  – угол внутреннего трения. Данное выражение задает поверхность текучести, достижение которой означает начало пластического скольжения по шву.

Кроме того, для учета возможности раскрытия шва (отрыва блоков) вводится условие ограничения по растяжению:

$$F_2 = t_n - f_t \leq 0.$$

Здесь  $f_t$  – предел прочности шва на растяжение.

Оба критерия определяют упругую область поведения интерфейса; при их нарушении развиваются пластические деформации. Для определения направления приращений пластических деформаций авторы используют неассоциированный закон течения, задаваемый пластическим потенциалом:

$$G_1 = t_t - c - t_n \cdot \tan(\psi) \text{ – для сдвига,}$$

$$G_2 = t_n - f_t \text{ – для растяжения,}$$

где  $\psi$  – угол дилатансии.

В рамках микромеханического подхода, предложенного в работе [22], между кирпичом и раствором рассматривается тонкий межфазный слой (*interphase*), обладающий собственными физико-механическими характеристиками. Данный слой способен претерпевать конечные деформации и накапливать повреждения. При численной реализации в конечно-элементной постановке межфазный слой как отдельный геометрический объект исключается: его поведение моделируется с помощью контактных элементов нулевой толщины, в которые заложены эффективные определяющие соотношения, полученные методом асимптотического анализа.

Однако модель имеет ряд существенных ограничений. В текущей постановке повреждение развивается одинаково при любом типе нагружения, тогда как в сжатых зонах микротрещины должны закрываться, и там должен преобладать механизм трения, а не роста повреждения. Данный недостаток признается авторами. Кроме того, модель фокусируется исключительно на повреждении межфазного слоя и не описывает разрушение базовых материалов (кирпича и раствора), которые предполагаются линейно-упругими.

Сравнительный анализ трех подходов к микромоделированию выполнен в работе [23]. Авторы сопоставляют метод предельного анализа (*limit analysis, LA*) с результатами *DEM* и *FEM/DEM* для стеновых панелей с разной геометрией и перевязкой. Все модели базируются на дискретном представлении кладки с контактами по критерию Мора-Кулона. Установлено, что *LA* дает хорошее совпадение с *DEM* и *FEM/DEM* по величине предельной нагрузки и механизмам разрушения (скольжение/опрокидывание). Преимущества *LA* – минимальные вычислительные затраты и малое число параметров (только угол трения), что делает его эффективным инструментом для быстрой оценки несущей способности каменных стен. Однако данный метод (*LA*) не описывает процесс деформирования, а дает лишь оценку предельного состояния.

В работах [24, 25] предложена модель, позволяющая проводить анализ кирпичной кладки на микро- и макроуровнях, с использованием конститутивного закона, содержащего встроенную разрывность (*CLED*). Модель позволяет

описывать трещины как в швах, так и в кирпичах без явной дискретизации интерфейсов, что повышает вычислительную эффективность. Разупрочнение при растяжении задается экспоненциальным падением прочности, а при сдвиге – либо экспоненциальным падением трения [25], либо деградацией сцепления с последующим изменением трения [24].

#### **Детальное микро моделирование каменной кладки**

Одними из первых свой подход к созданию детальной микро модели каменной кладки предложили авторы в работе [26]. В модели кирпичи и растворные швы моделируются отдельно, что позволяет учитывать нелинейное деформирование и локальные разрушения каждого компонента. Модель включает критерии разрушения для кирпича, раствора (критерий фон Мизеса с отсечкой по растяжению) и для зоны контакта «кирпич – раствор» (трехмерная поверхность в пространстве  $\sigma_n$ ,  $\sigma_p$ ,  $\tau$ ), а также учитывает размягчение материала при растяжении (*strain softening*). Модель ориентирована на анализ зон концентрации напряжений.

Обширные исследования напряженно-деформированного состояния каменной кладки, в рамках детального микро моделирования, представлены в серии трудов Деркача В. Н., Демчука И. Е. и соавторов [27–42]. Изучены прочностные и деформационные характеристики кладки из кирпича при различных видах нагружения: сжатие параллельно швам, диагональное сжатие, сдвиг вдоль и поперек горизонтальных швов, сдвиг с обжатием. В ранних работах [28, 29] установлена анизотропия свойств: прочность на растяжение вдоль швов близка к прочности камня, а поперек определяется сцеплением раствора; модули упругости и прочность при сжатии в разных направлениях заметно различаются. Исследованиями деформационных характеристик [30, 31] и сцепления [33–36] уточнены параметры контактного взаимодействия и модуля сдвига. Полученные данные легли в основу верификации конечно-элементных моделей [37–41], в которых учтены физическая нелинейность, трещинообразование и контактное взаимодействие с начальным сцеплением и трением. Совокупность результатов обосновывает необходимость учета геометрии и уровня обжатия, а также применимость численного моделирования для оценки несущей способности каменных конструкций при недостатке экспериментальных данных. Отдельно авторы отмечают, что некорректное моделирование контактных интерфейсов ведет к расхождению с экспериментальными данными за упругой областью деформирования.

Для моделирования границ раздела «раствор – кирпич» в работе [43] была применена адгезионная модель, которая сочетает условия одностороннего контакта с трением и адгезией между двумя деформируемыми телами. Ключевой переменной модели является интенсивность адгезии  $\beta$ , характеризующая относительную долю активных связей на контакте и изменяющаяся в пределах от 1 (полное сцепление) до 0 (полная потеря адгезии), что позволяет описывать процессы деградации интерфейса.

Комплексный подход к разработке дискретной модели каменной кладки был предложен Кабанцевым О. В. В работе [44] автор предлагает переход к частным критериям прочности, учитывающим индивидуальные свойства и взаимодействие каждого компонента кладки: кирпича (сжатие, растяжение, срез), раствора (сжатие, растяжение, сдвиг) и контактных зон (адгезия, сцепление). В [45] и [46] разработана дискретная модель экспериментального образца каменной кладки. Модель воспроизводит процессы упругопластического деформирования и



прогрессирующей деградации. Способ моделирования процесса деградации или изменения жесткости показан в работе [47].

Позже, в работе [48] на основе разработанной ранее дискретной модели кладки автором установлен факт: пластические свойства кладки формируются не за счет пластичности базовых материалов (кирпича и раствора), которые работают линейно-упруго, а благодаря процессам в зонах контактного взаимодействия этих материалов. Однако в данном исследовании есть и ряд ограничений. Разрушение контактных элементов рассматривается как фактическое событие, которое наступает при достижении предельных напряжений (частных критериев прочности), нет учета постепенной деградации контакта, накопления повреждений, а фрикционные свойства учитываются только косвенно через критерии среза при сжатии.

Детальное микромоделирование образцов кладки представлено в работах [49, 50]. Моделирование выполнено в программном комплексе *DIANA*. Для описания нелинейного поведения кирпича и раствора использовалась модель “*Total Strain Crack*”, а для учета упрочнения раствора в условиях стесненного деформирования применялся критерий разрушения *Hsieh-Ting-Chen* [51]. В работе [49] контакт между кирпичом и раствором принимался идеально жестким, а в [50] для швов применялись интерфейсные элементы с критерием Мора-Кулона при сдвиге и критерием Рэнкина при растяжении (отрыве). Авторы показали, что корректный учет стеснения раствора критически важен, а моделирование в условиях плоской деформации является точной и вычислительно эффективной альтернативой трехмерному анализу при сдвиге.

В работе [52] представлен комплексный анализ двух основных способов микромоделирования – метод дискретных элементов (*DEM*) и метод конечных элементов (*FEM*), для каменных конструкций низкой прочности. Авторы выделяют два основных типа низкой прочности кладки: с низкой прочностью контактного интерфейса (исторические сооружения) и с низкой прочностью блока, например, туф. На основе валидации с экспериментальными данными показано, что МДЭ лучше подходит для моделирования кладки со слабой связью, так как эффективно описывает разрушение по швам и большие перемещения, тогда как МКЭ демонстрирует более высокую точность для кладки со слабыми блоками, поскольку позволяет достоверно моделировать нелинейное поведение и трещинообразование внутри материала.

В работе [53] представлена трехмерная микро-модель каменной кладки на основе объемных конечных элементов. Поведение контактного слоя между кирпичом и раствором моделируется как когезионно-фрикционное с критерием разрушения Кулона-Мора и ограничением по растяжению.

$$\max \left\{ \frac{\langle \sigma \rangle}{f_t}, \frac{\tau}{f_s(\sigma)} \right\} = 1,$$

где  $f_s(\sigma) = c - \tan \phi \cdot \sigma$  – прочность на сдвиг, зависящая от нормального напряжения.

После разрушения в нормальном направлении действует когезионное разупрочнение по экспоненциальному закону:

$$\sigma = \begin{cases} (1 - Q)f_t, & u < u_k, \\ 0, & u \geq u_k, \end{cases}$$

где  $Q$  – экспоненциальная масштабирующая функция, определяемая как:

$$Q = \frac{1 - e^{-\zeta \frac{u_{MAX}}{u_k}}}{1 - e^{-\zeta}},$$

где  $\zeta$  – безразмерный параметр хрупкости, а  $u_{MAX}$  – максимальное раскрытие, когда-либо достигнутое в контактной точке.

Когда напряжение сдвига  $\tau$  достигает прочности на сдвиг  $f_s(\sigma)$ , активируется упрощенное когезионно-фрикционное поведение, и контактирующие поверхности начинают проскальзывать:

$$\tau = \begin{cases} (1 - H)f_s(\sigma) + H\mu(-\sigma), & \delta < \delta_k, \\ \mu(-\sigma) & , \delta \geq \delta_k, \end{cases}$$

где  $\delta_k$  – предельное проскальзывание для когезионного поведения,  $\mu$  – коэффициент трения, а  $H$  – экспоненциальная масштабирующая функция, определяемая как:

$$H = \frac{1 - e^{-\xi \frac{\delta_{MAX}}{\delta_k}}}{1 - e^{-\xi}},$$

где  $\xi$  – безразмерный параметр хрупкости, а  $\delta_{MAX}$  – максимальное проскальзывание, когда-либо достигнутое в контактной точке.

Нелинейное поведение кирпича и раствора описывается пластически-повреждаемой моделью Ли и Фенвеса [54], разработанной для квазихрупких материалов с двумя независимыми скалярными параметрами повреждения для растяжения  $\sigma_t$  и сжатия  $\sigma_c$ :

$$\begin{aligned} \sigma_t &= (1 - d_t)E_0(\epsilon_t - \epsilon_t^p), \\ \sigma_c &= (1 - d_c)E_0(\epsilon_c - \epsilon_c^p), \end{aligned}$$

где  $E_0$  – начальный модуль упругости материала,  $\epsilon_t$  и  $\epsilon_c$  – деформации при одноосном растяжении и сжатии, а  $\epsilon_t^p$  и  $\epsilon_c^p$  – пластические деформации при одноосном растяжении и сжатии.

Дилатансия учитывается только в объемных элементах с помощью неассоциированного закона течения (потенциал Друкера-Прагера) с углом дилатансии  $\psi = 10^\circ$ .

Авторы вводят ряд упрощений. Во-первых, дилатансия в контактном слое полностью исключена и учитывается только в объемных элементах кирпича и раствора. Во-вторых, в интерфейсе вводится принудительное уравнивание переменных повреждения для растяжения ( $Q$ ) и сдвига ( $H$ ) на каждом шаге расчета ( $Q = H$ ), что означает полностью связанную эволюцию повреждений при различных режимах нагружения. Это упрощает учет смешанного нагружения, но не всегда соответствует экспериментальным данным для некоторых типов интерфейсов. Как отмечается в [45], в реальных материалах потеря прочности по одному направлению не обязательно означает пропорциональную потерю по другому; данное допущение является упрощением физики процесса.

В работе Greco F. и соавторов [55] предложена детализированная микромодель для нелинейного анализа каменной кладки, основанная на введенном авторами диффузном когезионно-фрикционном интерфейсном подходе. Ключевое отличие модели от традиционных упрощенных микромоделей заключается в одновременном учете двух конкурирующих механизмов разрушения: отслоения на границе «кирпич – раствор» и растрескивания внутри растворного шва. Для этого в растворных швах вводятся два типа интерфейсных элементов нулевой толщины – на границе с кирпичом и внутри раствора, каждый из которых оснащен когезионно-фрикционным законом, связывающим переменную повреждения с нормальной и касательной составляющими когезионной прочности, а также с переменным коэффициентом трения:



$$t_{int} = t_{coh} + t_{fric} = (1 - d)K_0[u] + t_{fric},$$

где  $t_{coh}$  – вектор когезионных усилий,  $K_0$  – тензор упругих свойств интерфейса, выраженный через параметры нормальной  $K_n^0$  и тангенциальной  $K_s^0$  жесткости,  $t_{fric}$  – вектор фрикционных усилий:

$$t_{fric} = t_{fric} \times s,$$

где  $s$  – единичный тангенциальный вектор к поверхности когезионного интерфейса.

$$t_{fric} = \begin{cases} 0, & \delta_n > 0, \\ -sgn(\delta_n) \times \mu(|\delta_s|) \times K_n^0 \times \delta_n, & \delta_n \leq 0, \end{cases}$$

где  $\mu(|\delta_s|)$  – переменный коэффициент трения, определяемый как:

$$\mu(|\delta_s|) = \begin{cases} \mu \frac{|\delta_s|}{\delta_s^0}, & 0 \leq |\delta_s| < \delta_s^0, \text{ начальный,} \\ \mu_f + (\mu_0 - \mu_f) \frac{t_s^{coh}}{c}, & \delta_s^0 \leq |\delta_s| < \delta_s^f, \text{ промежуточный,} \\ \mu_f, & |\delta_s| \geq \delta_s^f, \text{ конечный,} \end{cases}$$

где  $\mu_0$  – начальный коэффициент трения,  $\mu_f$  – остаточный коэффициент трения,  $\delta_s^0$  – предельное сдвиговое смещение, соответствующее началу повреждения,  $\delta_s^f$  – предельное сдвиговое смещение, соответствующее полной потере когезии,  $c$  – сцепление (начальная когезия интерфейса),  $t_s^{coh}$  – касательная компонента когезионного вектора.

В данной модели не учитывается эффект дилатансии (нормальное раскрытие интерфейса при сдвиге отсутствует). Как было указано в работах [21, 53], значительная дилатансия наблюдается тогда, когда разрушению подвергается раствор (и/или элементы кладки). Это приводит к недооценке расширения материала при сдвиге, особенно при высоких уровнях обжатия. Позже в работе [56] авторы впервые сформулировали проблему «неединственности решения» и предложили стратегию ее устранения путем рандомизации когезионных прочностей по распределению Вейбулла.

В работе Gaetano D. [57] предложено развитие модели Greco F. [55], включающее усовершенствованный закон трения для интерфейсных элементов и распространение предложенной стратегии стабилизации на случай сдвигового нагружения:

$$\mu(|\delta_s|) = \left[ (1 - d) \frac{\mu_0 - \mu_f}{\delta_s^0} + \frac{\mu_f}{\max(\delta_s^0, \delta_s^{\max})} \right] |\delta_s|.$$

Данный параметр, в отличие от исходной модели [55], явно зависит от переменной повреждения  $d$  и максимального достигнутого сдвига  $\delta_s^{\max}$ , что позволяет учитывать гистерезис при циклических нагрузках.

В работе [58] авторы разработали детальную микромодель каменной кладки, в которой когезионно-фрикционное поведение контакта определяется многоповерхностной моделью текучести, которая включает 3 функции для каждого состояния работы кладки: растяжения ( $F_1$ ), сдвига-сжатия ( $F_2$ ) и сжатия ( $F_3$ ).

$$F_1 = \tau^2 + \frac{c^2}{f_t^2} (1 - \alpha) \sigma^2 + 2\mu c \Omega \sigma - c^2 \Omega^2,$$

где  $\alpha = 2\mu \frac{f_t}{c} = 2\mu \frac{f_t}{\tau_0}$  – параметр, который определяет форму поверхности,

$f_t$  – нормальная адгезионная прочность,  $c$  – начальное сопротивление сдвигу,  $\Omega$  – функция повреждения.

$$F_2 = |\tau| - F_f,$$
$$F_3 = \tau^2 - F_f^2 \cdot F_c,$$

где  $F_f = c \Omega(k) - \mu\sigma$  – поверхность текучести Мора-Кулона.

Повреждение в интерфейсе начинает развиваться при достижении комбинацией нормальных и касательных напряжений поверхности текучести, после чего жесткость и прочность интерфейса деградируют в соответствии с энергией разрушения  $G_n$  и  $G_s$ , а переменный коэффициент трения зависит от накопленного повреждения.

В условиях плоского двухосного напряженного состояния для базовых материалов применяется условие анизотропной прочности квазихрупких материалов в относительных координатах главных напряжений в виде:

$$1 + \frac{\sigma_1}{R_c} - \frac{\sigma_3}{R_t} \geq 0.$$

В работе [59] показан алгоритм численного моделирования образцов каменной кладки из грунтовых материалов. Моделирование проводилось в *ABAQUS* с использованием метода детального микромоделирования. Нелинейное поведение базовых материалов описывается моделью пластичности с повреждением бетона – *CDP (Concrete Damage Plasticity)*. Авторы отмечают, что в модели не используется когезионное или адгезионное сцепление в явном виде; передача касательных усилий обеспечивается исключительно трением. Такой подход оправдан для квазистатического сжатия при отсутствии значительных сдвиговых деформаций.

#### **Гомогенизация микромоделей каменной кладки и методы машинного обучения**

Как было показано выше, микромоделирование позволяет детально описать напряженно-деформированное состояние кладки на уровне кирпичей, растворных швов и контактных интерфейсов. Однако для инженерной практики, как правило, требуются осредненные (эффективные) упругие и прочностные характеристики материала, которые можно использовать в расчетах конструкций в рамках механики сплошной среды. Переход от микро- к макроуровню осуществляется с помощью гомогенизации – процедуры осреднения свойств неоднородного материала по представительному элементу объема (*RVE*). В данном разделе рассматриваются современные подходы к гомогенизации каменной кладки на основе численных и физических экспериментов.

Одной из ключевых работ в области гомогенизации каменной кладки является статья *Zucchini* и *Lourenço* [60], в которой предложена микромеханическая модель, учитывающая вертикальную перевязку ложковых рядов кладки (рис. 3). На основе детального конечно-элементного анализа авторы идентифицировали дополнительные механизмы деформации постельного шва, игнорируемые в стандартных подходах, но становящиеся критически важными при высоких отношениях жесткости кирпича и раствора ( $E_b/E_m$ ).

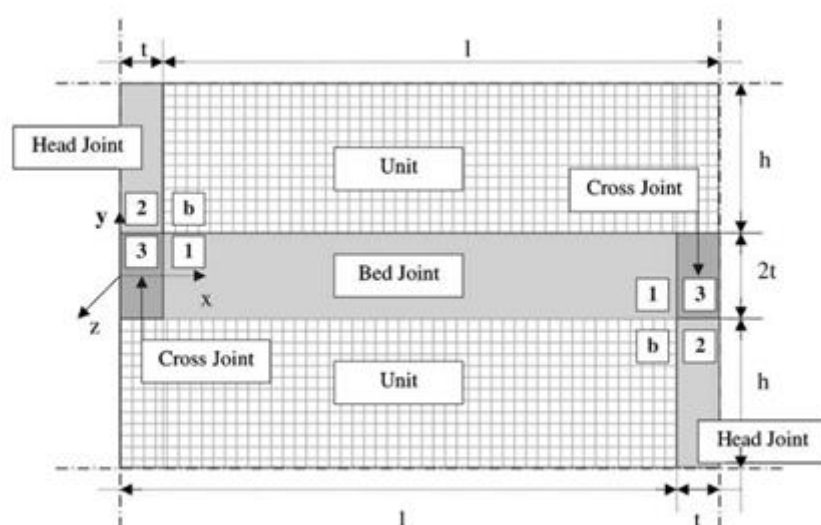


Рис. 3. Принятые геометрические обозначения (источник [60])

Модель включает уравнения равновесия, совместности деформаций и упругие соотношения для всех компонентов элементарной ячейки. Ключевым элементом является кинематическое соотношение, связывающее сдвиг в постельном шве с разностью нормальных деформаций кирпича и вертикального шва при нормальном сжатии по оси  $x$  (горизонтальное смещение в плоскости фрагмента):

$$\varepsilon_{xy}^1 \cong \frac{\varepsilon_{xx}^2 - \bar{\varepsilon}_{xx}^b}{4},$$

где  $\varepsilon_{xy}^1$  – деформация сдвига в постельном шве,  $\varepsilon_{xx}^2$  – нормальные деформации головного шва,  $\bar{\varepsilon}_{xx}^b$  – среднее значение нормальной деформации кирпича.

Это соотношение отражает эффект ложковой перевязки и позволяет замкнуть систему из 20 уравнений, решение которой дает все внутренние напряжения и деформации, а затем и гомогенизированные свойства. Так, средняя деформация по оси  $x$  вычисляется как:

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{xx}^1 \frac{l - t + 2t E_1/E_3}{l + t},$$

где  $\varepsilon_{xx}$  – среднее деформации элементарной ячейки в направлении оси  $x$ ,  $\varepsilon_{xx}^1$  – деформация сдвига в постельном шве,  $l$  – половина длины кирпича,  $t$  – половина ширины постельного шва, а также отношения модулей упругости поперечного и постельного швов  $E_1/E_3$ .

А эффективный модуль Юнга определяется как:

$$E_x = \frac{\sigma_{xx}^0}{\varepsilon_{xx}},$$

где  $\sigma_{xx}^0$  – приложенное макроскопическое нормальное напряжение (внешние силы),  $\varepsilon_{xx}$  – среднее деформации элементарной ячейки в направлении оси  $x$ .

В работе [61] на основе трехмерной линейной теории упругости и метода конечных элементов определены эффективные упругие характеристики кирпичной кладки как периодического композита. Исследовано влияние отношения модулей упругости кирпича и раствора ( $E_b/E_m$ ) на модули упругости, коэффициенты Пуассона и модули сдвига кладки в трех ортогональных направлениях. Установлено, что ортотропию кладки стоит учитывать, если модуль

упругости раствора меньше модуля упругости кирпича в  $\sim 5$  раз или модуль упругости раствора превышает модуль упругости кирпича более чем в 7 раз (в этих случаях отличие модулей упругости кладки в разных направлениях составляет более 10 %).

В работе [14] для перехода от микроструктуры кусочно-однородного материала (кирпичной кладки) к его макроскопическому описанию предлагается метод гомогенизации, основанный на двухуровневом моделировании. На нижнем (микро) уровне выделяется типовой повторяющийся фрагмент (*RVE*), содержащий все характерные компоненты (кирпичи и растворные швы). Для этого фрагмента решается серия краевых задач при различных видах нагружения (одноосное сжатие, растяжение, сдвиг), а затем поля напряжений и деформаций осредняются по объему фрагмента. Выходными данными метода являются эффективные (приведенные) характеристики однородной среды верхнего уровня: модули упругости, коэффициенты Пуассона, пределы прочности (раздельно для растяжения и сжатия) и материальные функции, описывающие разномодульность и зависимость свойств от вида напряженного состояния. Эти характеристики затем используются для расчета всей конструкции как континуальной среды, что значительно снижает вычислительные затраты по сравнению с полным моделированием каждого элемента кладки.

Обширное исследование анизотропных свойств каменной кладки и метода гомогенизации предложено в работах [62–66]. Авторы этих работ обосновывают выбор представительного элемента объема (*RVE*) на основе численных и натурных экспериментов. Показано, что для достоверного определения осредненных характеристик необходим фрагмент кладки не менее чем из 9 ложковых рядов шириной в 4 кирпича [63]. На основе серии численных экспериментов (сжатие перпендикулярно и параллельно горизонтальным швам, а также чистый сдвиг) определяются средние деформации в центральной части *RVE*, где поля деформаций однородны. Средние относительные деформации в выделенном *RVE* вычисляются по формулам:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta u_x}{n_b L_b + n_m t_v},$$
$$\varepsilon_y = \frac{\Delta u_y}{n_b h_b + n_m t_h},$$

где  $\Delta u_x$ ,  $\Delta u_y$  – абсолютные удлинения (укорочения) *RVE* в горизонтальном и вертикальном направлениях,  $h_b$  и  $L_b$  – высота и длина кирпича,  $t_h$ ,  $t_v$  – толщина горизонтального и вертикального растворных швов,  $n_b$ ,  $n_m$  – число кирпичей и швов в ряду.

Сдвиговые деформации определяются как сумма углов поворота границ *RVE*:

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \frac{\Delta u_x}{n_b h_b + n_m t_h} + \frac{\Delta u_y}{n_b L_b + n_m t_v}.$$

Зная осредненные напряжения (вычисляемые по приложенным нагрузкам и площади сечения), эффективные модули находятся по формулам обобщенного закона Гука для ортотропного тела [64]:

$$E_y = \frac{\sigma_y}{\varepsilon_y}, \quad E_x = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x}, \quad G_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{\gamma_{xy}}, \quad \mu_{xy} = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y}, \quad \mu_{yx} = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$$

На основе предложенной методики построена полная матрица жесткости ортотропного тела:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{21} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{33} \end{bmatrix}, \quad D_{12} \neq D_{21}.$$



Важной особенностью является ее несимметричность ( $D_{12} \neq D_{21}$ ), что отражает структурную неоднородность кладки и разную работу материала в различных направлениях [66]. Верификация показала, что результаты расчетов по гомогенизированной модели хорошо согласуются с детальной микромоделью и с натурными экспериментами.

Помимо классических методов гомогенизации, в последние годы активно развиваются подходы на основе машинного обучения, позволяющие аппроксимировать сложные нелинейные зависимости без явного вывода аналитических соотношений.

В исследовании [67] на основе искусственной нейронной сети, обученной на 1944 конечно-элементных расчетах, получено явное аналитическое выражение для коэффициента снижения нагрузки  $\Phi$ , учитывающее гибкость, эксцентриситет и прочность кладки на растяжение. Валидация на трех независимых экспериментальных сериях показала, что предложенная формула точнее отражает реальное поведение стен, чем нормативные методики, включая Еврокод 6.

В работе [68] предложен двухэтапный нейросетевой подход для аппроксимации поверхности разрушения каменной кладки при двухосном сжатии: на первом этапе локальные нейронные сети восстанавливают кривые разрушения для фиксированных углов наклона швов, а на втором – глобальная сеть строит непрерывную трехмерную поверхность прочности для любых промежуточных значений угла. В качестве входных данных использованы экспериментальные результаты из [2], полученные при испытании 102 панелей кирпичной кладки. Модель демонстрирует высокую точность аппроксимации экспериментальных данных и способность воспроизводить сложные особенности поверхности разрушения (включая участки как с выпуклой, так и с вогнутой формой), что подтверждает ее потенциал как инструмента для построения критериев прочности анизотропных материалов.

В работах [69, 70] предложены нейросетевые модели для прогнозирования прочности кладки на сжатие, использующие прочность элементов и раствора в качестве входных параметров. В [70] на основе крупнейшей базы данных (611 образцов) разработана оптимальная нейросетевая модель, которая значительно превосходит эмпирические формулы из литературы. Анализ чувствительности показал, что решающее влияние на прочность оказывает отношение толщины растворного шва к толщине кирпича, тогда как прочность самого кирпича вносит наименьший вклад, причем для слабой кладки доминирующим фактором становится геометрическая гибкость стены, а для сильной – прочность раствора.

В работе [71] предложена методика гомогенизации кладки на основе машинного обучения, в которой макро модель поврежденности калибруется автоматически по данным «виртуальной лаборатории» – серии из 26 расчетов репрезентативного элементарного объема кладки ( $RVE$ ) при различных двухосных деформациях. Оптимизация параметров выполняется с помощью численного алгоритма, который итеративно подбирает такие значения параметров, чтобы свести к минимуму суммарную ошибку между эталонной внутренней работой (из микро модели) и предсказанной (из макро модели).

### **Заключение**

Выполненный обзор показал, что микро моделирование каменной кладки прошло путь от первых упрощенных моделей, основанных на дискретном



представлении швов, до современных детальных подходов, учитывающих нелинейное поведение как материалов, так и интерфейсов. Упрощенные микромоделли, базирующиеся на методе конечных элементов или методе дискретных элементов, обеспечивают вычислительную эффективность и успешно описывают разрушение по швам, но принципиально неспособны отразить конкуренцию между декогезией на границе «кирпич – раствор» и растрескиванием самого раствора. Детальные микромоделли, напротив, позволяют воспроизвести эти механизмы, однако их применение сдерживается повышенными вычислительными затратами и отсутствием единого подхода к описанию когезионно-фрикционного поведения контактных интерфейсов.

Анализ выявил ряд нерешенных проблем, среди которых: отсутствие единой модели когезионно-фрикционного интерфейса, способной одновременно описывать деградацию сцепления и трения при различных режимах нагружения; проблема неединственности численного решения в диффузных интерфейсных подходах; трудность экспериментальной идентификации параметров интерфейса из стандартных испытаний; недостаточный учет дилатансии, которая, как показано в ряде работ, оказывает существенное влияние на прочность кладки при сдвиге с обжатием.

В развитие рассмотренных подходов авторами разрабатывается модель каменной кладки, в которой нелинейное поведение камня и раствора описывается критерием текучести Друкера-Прагера с неассоциированным законом течения, обеспечивающим физически корректный учет дилатансии, а поведение контактного интерфейса «камень – раствор» моделируется модифицированным законом Кулона-Мора с деградирующим сцеплением и/или коэффициентом трения. Разделение источников дилатансии на объемную (в растворе и кирпиче) и геометрическую (на интерфейсе) позволит более точно прогнозировать прочность и характер разрушения кладки в условиях сложного напряженного состояния.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Page, A. Finite element model for masonry / A. Page // ASCE J Struct Div. – 1978. – Т. 104. – С. 1267–1285.
2. Page, A. The biaxial compressive strength of brick masonry / A. Page // Proc. Inst. Civ. Eng. – 1981. – Т. 71, № 3. – С. 893–906.
3. Page, A. W. An In plane Finite Element Model for Brick Masonry / A. W. Page, P. W. Kleeman, M. Dhanasekar // New Anal. Tech. Struct. Mason. – Chicago, Illinois, 1985. – С. 1–19.
4. Lourenço, P. B. Analysis of masonry structures with interface elements: 03-21-22-0–01 / P. B. Lourenço. – Delft, The Netherlands : Delft University of Technology, 1994. – С. 34.
5. Пангаев, В. В. Модель разрушения каменной кладки при сжатии / В. В. Пангаев // Научные труды Общества железобетонщиков Сибири и Урала : сб. материалов 8-й Сибирской (международной) конференции 20–21 апреля 2000. – Новосибирск : НГАСУ, 2000. – № 6. – С. 31–35.
6. Пангаев, В. В. Разрушение сжатой каменной кладки / В. В. Пангаев // Известия вузов. Строительство. – 2000. – № 12. – С. 7–12.
7. Пангаев, В. В. О поведении многорядной каменной кладки при сжатии / В. В. Пангаев // Проектирование и строительство в Сибири. – 2001. – № 4. – С. 18–20.



8. Пангаев, В. В. Последовательность разрушения многорядной каменной кладки при сжатии / В. В. Пангаев // Известия вузов. Строительство. – 2001. – № 12. – С. 107–113.
9. Пангаев, В. В. Моделирование напряженно-деформированного состояния каменной кладки при сжатии / В. В. Пангаев, Г. Н. Албаут, А. В. Федоров // Научные труды Общества железобетонщиков Сибири и Урала : сб. материалов 9-й Сибирской (международной) конференции 20–21 нояб. 2002. – Новосибирск : НГАСУ, 2002. – № 7. – С. 68–72.
10. Пангаев, В. В. Модельные исследования напряженно-деформированного состояния каменной кладки при сжатии / В. В. Пангаев [и др.] // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2003. – № 2 (530). – С. 24–29.
11. Пангаев, В. В. Деформативные характеристики цементных кладочных растворов / В. В. Пангаев, В. М. Сердюк // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2004. – № 9. – С. 110–113.
12. Alfano, G. Combining interface damage and friction in a cohesive-zone model / G. Alfano, E. Sacco // *Int. J. Numer. Methods Eng.* – 2006. – Т. 68, № 5. – С. 542–582.
13. Кашеварова, Г. Г. Моделирование процесса разрушения кирпичной кладки / Г. Г. Кашеварова, А. Ю. Зобачева // Вестник Пермского государственного технического университета. Строительство и архитектура. – Пермь, 2010. – Т. 1. – С. 106–116.
14. Капустин, С. А. Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов с периодически повторяющейся структурой / С. А. Капустин, С. Ю. Лихачева. – Нижний Новгород : ННГАСУ, 2012. – 96 с.
15. Smoljanović, H. A combined finite-discrete element analysis of dry stone masonry structures / H. Smoljanović, N. Živaljić, Ž. Nikolić // *Eng. Struct.* – 2013. – Т. 52. – С. 89–100.
16. Smoljanović, H. A combined finite-discrete numerical model for analysis of masonry structures / H. Smoljanović, Ž. Nikolić, N. Živaljić // *Eng. Fract. Mech.* – 2015. – Т. 136. – С. 1–14.
17. Sarhosis, V. Identification of material parameters for low bond strength masonry / V. Sarhosis, Y. Sheng // *Eng. Struct.* – 2014. – Т. 60. – С. 100–110.
18. Sarhosis, V. Influence of brick–mortar interface on the mechanical behaviour of low bond strength masonry brickwork lintels / V. Sarhosis, S. W. Garrity, Y. Sheng. – 2015. – Т. 88. – С. 1–11.
19. Pulatsu, B. Discrete element modeling of masonry structures: Validation and application / B. Pulatsu, E. M. Bretas, P. B. Lourenco // *Earthq. Struct.* – 2016. – Т. 11, № 4. – С. 563–582.
20. Serpieri, R. A 3D microstructured cohesive–frictional interface model and its rational calibration for the analysis of masonry panels / R. Serpieri, M. Albarella, E. Sacco // *Int. J. Solids Struct.* – 2017. – Т. 122–123. – С. 110–127.
21. Godio, M. Effects of the dilatancy of joints and of the size of the building blocks on the mechanical behavior of masonry structures / M. Godio, I. Stefanou, K. Sab // *Meccanica.* – 2018. – Т. 53, № 7. – С. 1629–1643.
22. Raffa, M. L. Derivation of a model of imperfect interface with finite strains and damage by asymptotic techniques: an application to masonry structures / M. L. Raffa, F. Lebon, R. Rizzoni // *Meccanica.* – 2018. – Т. 53, № 7. – С. 1645–1660.
23. Pepe, M. Micromodels for the In-Plane Failure Analysis of Masonry Walls with Friction: Limit Analysis and DEM-FEM/DEM Approaches / M. Pepe [и др.] // *Proceedings of XXIV AIMETA Conference 2019.* – Cham : Springer International Publishing, 2020. – С. 1883–1895. – Текст : непосредственный.
24. Koocheki, K. A computational framework for meso and macroscale analysis of structural masonry / K. Koocheki, S. Pietruszczak, E. Haghighat // *Int. J. Solids Struct.* – 2022. – Т. 236–237. – С. 111342.
25. Koocheki, K. Mesoscale analysis of fracture process in brick masonry structures / K. Koocheki, S. Pietruszczak // *Math. Mech. Solids.* – 2025. – Т. 30, № 1. – С. 73–92.



26. Ali, S. S. Finite Element Model for Masonry Subjected to Concentrated Loads / S. S. Ali, A. W. Page // J. Struct. Eng. – American Society of Civil Engineers, 1988. – Т. 114, № 8. – С. 1761–1784.
27. Деркач, В. Н. Прочность каменной кладки на срез по неперевязанным сечениям / В. Н. Деркач, Р. Б. Орлович // Строительство и реконструкция. – Орел : Орловский государственный технический университет (ОрелГТУ), 2010. – Т. 3, № 29. – С. 7–13.
28. Деркач, В. Н. Анизотропия деформационных свойств каменной кладки / В. Н. Деркач // Глобальная энергия. – Санкт-Петербург : Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого», 2011. – № 1 (117). – С. 201–207.
29. Деркач, В. Н. Анизотропия прочности на растяжение каменной кладки при раскалывании / В. Н. Деркач // Глобальная энергия. – Санкт-Петербург : Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого», 2012. – № 2-2 (147). – С. 259–264.
30. Галалюк, А. В. Деформационные характеристики каменной кладки при сжатии / А. В. Галалюк, В. Н. Деркач // Вестник Брестского государственного технического университета. Строительство и архитектура. – 2012. – № 1 (73). – С. 66–70.
31. Деркач, В. Н. Деформационные характеристики каменной кладки в условиях плоского напряженного состояния / В. Н. Деркач // Строительство и реконструкция. – 2012. – № 2 (40). – С. 3–10.
32. Деркач, В. Н. Прочность каменной кладки при осевом растяжении / В. Н. Деркач // Вестник гражданских инженеров. – 2012. – № 5 (34). – С. 58–64.
33. Деркач, В. Н. Прочность касательного сцепления цементных растворов в каменной кладке / В. Н. Деркач // Инженерно-строительный журнал. – 2012. – № 3 (29). – С. 19–28.
34. Деркач, В. Н. Прочность нормального сцепления цементных растворов в каменной кладке / В. Н. Деркач // Инженерно-строительный журнал. – 2012. – № 7 (33). – С. 6–13.
35. Демчук, И. Е. Исследование прочности сцепления растворов в каменной кладке / И. Е. Демчук, В. Н. Деркач // Вестник Брестского государственного технического университета. Серия Строительство и архитектура. – 2012. – № 1 (73). – С. 70–75.
36. Деркач, В. Н. Прочность каменной кладки на растяжение под углом к горизонтальным растворным швам / В. Н. Деркач, В. В. Белов // Вестник гражданских инженеров. – 2012. – № 2 (31). – С. 65–70.
37. Демчук, И. Е. Моделирование испытаний образцов каменной кладки при сжатии параллельно горизонтальным растворным швам / И. Е. Демчук, А. В. Галалюк // Вестник Брестского государственного технического университета. Серия Строительство и архитектура. – 2013. – № 1 (79). – С. 122–128.
38. Демчук, И. Е. Численное моделирование процесса деформирования и разрушения каменной кладки при диагональном сжатии / И. Е. Демчук // Перспективные направления инновационного развития строительства и подготовки инженерных кадров : сб. науч. ст. XIX Международного научно-методического семинара (Брест, 23–25 октября 2014 г.) : в 3 ч. – Брест : БрГТУ, 2014. – С. 25–31. – Текст : непосредственный.
39. Демчук, И. Е. Численное исследование параметров сдвига в каменной кладке / И. Е. Демчук // Сборник трудов международной научно-технической конференции. – Архангельск : Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова, 2014. – С. 112–119.
40. Демчук, И. Е. Экспериментально-теоретические исследования каменной кладки при сдвиге с обжатием / И. Е. Демчук // Вестник Брестского государственного технического университета. Серия Строительство и архитектура. – 2016. – № 1 (97). – С. 112–116.



41. Демчук, И. Е. Прочность и деформации каменной кладки из керамического кирпича при сдвиге поперек горизонтальных швов / И. Е. Демчук // Collect. Res. Pap. "Contemporary Issues Concr. Reinf. Concr." – BY : Institute BelNIIS, republican unitary enterprise, 2017. – № 9.
42. Деркач, В. Н. Оценка анизотропии прочности при сжатии каменной кладки при обследовании зданий старой постройки / В. Н. Деркач // Вестник Брестского государственного технического университета. – 2019. – № 1. – С. 52–55.
43. Fouchal, F. On the modeling of brick-mortar interface / F. Fouchal [и др.] // Brick Mortar Res. – 2012. – С. 259–300.
44. Кабанцев, О. В. Частные критерии прочности каменной кладки для анализа упруго-пластического деформирования / О. В. Кабанцев // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2013. – № 3. – С. 36–41.
45. Кабанцев, О. В. Дискретная модель каменной кладки в условиях двухосного напряжённого состояния / О. В. Кабанцев // Вестник ТГАСУ. – 2015. – Т. 4. – С. 113–134.
46. Кабанцев, О. В. Моделирование упруго-пластического деформирования каменной кладки в условиях двухосного напряжённого состояния / О. В. Кабанцев, А. Г. Тамразян // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2015. – Т. 11, № 3. – С. 87–100.
47. Перельмутер, А. В. Учет изменения жесткостей элементов в процессе монтажа и эксплуатации / А. В. Перельмутер, О. В. Кабанцев // Инженерно-строительный журнал. – 2015. – Т. 53, № 01. – С. 6–14.
48. Кабанцев, О. В. Пластическое деформирование и разрушение каменной кладки в условиях двухосного напряжённого состояния / О. В. Кабанцев // Вестник МГСУ. – 2016. – № 2. – С. 34–48.
49. Drougkas, A. Micro-modeling of stack bond masonry in compression using a plasticity law / A. Drougkas, C. Molins i Borrell, P. Roca Fabregat. – CIMNE, 2013. – С. 919–928.
50. Drougkas, A. Experimental analysis and detailed micro-modeling of masonry walls subjected to in-plane shear / A. Drougkas, P. Roca, C. Molins // Eng. Fail. Anal. – 2019.
51. Hsieh, S. S. A plastic-fracture model for concrete / S. S. Hsieh, E. C. Ting, W. F. Chen // Int. J. Solids Struct. – 1982.
52. Giamundo, V. Evaluation of different computational modelling strategies for the analysis of low strength masonry structures / V. Giamundo [и др.] // Eng. Struct. – 2014. – Т. 73. – С. 160–169.
53. D'Altri, A. M. A 3D detailed micro-model for the in-plane and out-of-plane numerical analysis of masonry panels / A. M. D'Altri [и др.] // Comput. Struct. – 2018. – Т. 206. – С. 18–30.
54. Lee, J. Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures / J. Lee, G. L. Fenves // J. Eng. Mech. – 1998. – Т. 124, № 8. – С. 892–900.
55. Greco, F. A detailed micro-model for brick masonry structures based on a diffuse cohesive-frictional interface fracture approach / F. Greco [и др.] // Procedia Struct. Integr. – 2020. – Т. 25. – С. 334–347.
56. Greco, F. Crack propagation analysis in masonry structures via an inter-element cohesive fracture approach: assessment of mesh dependency issues / F. Greco [и др.] // Procedia Struct. Integr. – 2022. – Т. 39. – С. 638–648.
57. Gaetano, D. An interface-based detailed micro-model for the failure simulation of masonry structures / D. Gaetano [и др.] // Eng. Fail. Anal. – 2022. – Т. 142. – С. 106753.
58. Кахамарка-Сунига, Д. Микро моделирование нормальной и тангенциальной адгезионной прочности упрощённых моделей каменной кладки / Д. Кахамарка-Сунига, О. В. Кабанцев // Актуальные проблемы строительной отрасли и образования – 2023 : сб. докладов IV Национальной научной конференции (Москва, 15 декабря 2023 г.). – Москва : МИСИ–МГСУ, 2024. – С. 140–146. – Текст : непосредственный.



59. Dabdon Conceição Nascimento Numerical simulation of behavior of masonry mechanics made with ecological bricks / Dabdon Conceição Nascimento [и др.] // Ibero-Lat. Am. Congr. Comput. Methods Eng. CILAMCE. – 2024.
60. Zucchini, A. A micro-mechanical model for the homogenisation of masonry / A. Zucchini, P. B. Lourenço // Int. J. Solids Struct. – 2002. – Т. 39, № 12. – С. 3233–3255.
61. Кашеварова, Г. Г. Численный анализ эффективных упругих свойств материала кирпичной кладки / Г. Г. Кашеварова, Н. А. Труфанов // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2005. – Т. 11, № 1. – С. 49–60.
62. Адищев, В. В. Влияние армирования на физико-механические характеристики кладок из керамических блоков / В. В. Адищев, О. М. Д. Шакарнех // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2022. – № 5 (761). – С. 14–30.
63. Шакарнех, О. М. Д. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния в каменной кладке, усиленной армирующими сетками / О. М. Д. Шакарнех, В. В. Адищев // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2023. – № 3 (771). – С. 5–21.
64. Адищев, В. В. Идентификация эффективных жесткостных характеристик каменных кладок на основе сравнительного анализа результатов численных и физических экспериментов / В. В. Адищев, О. М. Д. Шакарнех // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2024. – № 8 (788). – С. 5–21.
65. Адищев, В. В. Процессы упругого и неупругого деформирования и разрушения каменных кладок / В. В. Адищев, О. М. Д. Шакарнех // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2025. – № 2 (794). – С. 5–18.
66. Адищев, В. В. Метод гомогенизации определения матрицы эффективных коэффициентов жесткости каменной кладки / В. В. Адищев, О. М. Д. Шакарнех // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2025. – № 4 (796). – С. 32–44.
67. Garzón-Roca, J. Estimation of the axial behaviour of masonry walls based on Artificial Neural Networks / J. Garzón-Roca [и др.] // Comput. Struct. – 2013. – Т. 125. – С. 145–152.
68. Plevris, V. Modeling of masonry failure surface under biaxial compressive stress using Neural Networks / V. Plevris, P. G. Asteris // Constr. Build. Mater. – 2014. – Т. 55. – С. 447–461.
69. Carozza, S. Artificial neural network implementation for masonry compressive strength estimation / S. Carozza, M. Cimmino // Proc. Inst. Civ. Eng. - Struct. Build. – 2019. – Т. 173, № 9. – С. 635–645.
70. Asteris, P. G. Mapping and revealing the nature of masonry compressive strength using computational intelligence / P. G. Asteris [и др.] // Structures. – 2025. – Т. 78. – С. 109189.
71. Cornejo, A. A machine learning based material homogenization technique for in-plane loaded masonry walls / A. Cornejo [и др.] // Comput. Struct. – 2025. – Т. 314. – С. 107754.

**LOMOVSKOY Ivan Aleksandrovich, postgraduate student of the chair of theory of structures and technical mechanics; LIKHACHEVA Svetlana Yuryevna, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, professor of the chair of theory of structures and technical mechanics**

**MICROMODELING OF STONE MASONRY TAKING INTO ACCOUNT  
ADHESIVE AND COHESIVE-FRICTIONAL PROPERTIES OF CONTACT  
INTERFACES: A REVIEW OF MODERN RESEARCH**



Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering.

65, Iljinskaya St., Nizhny Novgorod, 603952, Russia,

Tel.: (831) 280-84-01; e-mail: rector@nngasu.ru

**Key words:** stone masonry, micromodeling, contact interface, adhesion, friction, cohesive-frictional model, finite element method, discrete element method, homogenization, machine learning.

---

*The article presents a review of modern approaches to micromodeling of stone masonry, considering adhesive and cohesive-frictional properties of contact interfaces. The main methods are analyzed: simplified and detailed micromodeling based on the finite element method (FEM), as well as the discrete element method (DEM). Special attention is paid to the description of the behavior of brick-mortar interfaces, including damage accumulation, friction, and dilatancy. The evolution of models from macro- to micromodeling is traced, and homogenization methods and machine learning applications are considered. The key unresolved problems are identified, and directions for further research are outlined.*

---

## REFERENCES

1. Page A. Finite element model for masonry. ASCE J Struct Div. 1978. Vol. 104. P. 1267–1285.
2. Page A. The biaxial compressive strength of brick masonry. Proc. Inst. Civ. Eng. 1981. Vol. 71, No. 3. P. 893–906.
3. Page A. W., Kleeman P. W., Dhanasekar M. An In plane Finite Element Model for Brick Masonry. New Anal. Tech. Struct. Mason. Chicago, Illinois, 1985. P. 1–19.
4. Lourenço P. B. Analysis of masonry structures with interface elements: 03-21-22-0–01. Delft, The Netherlands: Delft University of Technology, 1994. P. 34.
5. Pangaev V. V. Model razrusheniya kamennoy kladki pri szhatii [Model of destruction of stone masonry under compression]. Nauchnye trudy Obshchestva zhelezobeton-shchikov Sibiri i Urala: sb. materialov 8-y Sibirskoy (mezhdunarodnoy) konferentsii 20–21 aprelya 2000. Novosibirsk: NGASU, 2000. № 6. P. 31–35.
6. Pangaev V. V. Razrushenie szhatoy kamennoy kladki [Destruction of compressed stone masonry]. Izvestiya Vuzov Stroitelstvo [News of Higher Educational Institutions. Construction]. 2000. № 12. P. 7–12.
7. Pangaev V. V. O povedenii mnogoryadnoy kamennoy kladki pri szhatii [On the behavior of multi-row stone masonry under compression]. Proektirovanie i Stroitelstvo v Sibiri [Design and Construction in Siberia]. 2001. № 4. P. 18–20.
8. Pangaev V. V. Posledovatelnost razrusheniya mnogoryadnoy kamennoy kladki pri szhatii [Sequence of destruction of multi-row stone masonry under compression]. Izvestiya Vuzov. Stroitelstvo [News of Higher Educational Institutions. Construction]. 2001. № 12. P. 107–113.
9. Pangaev V. V., Albaut G. N., Fedorov A. V. Modelirovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya kamennoy kladki pri szhatii [Modeling of the stress-strain state of stone masonry under compression]. Nauchnye trudy Obshchestva zhelezobeton-shchikov Sibiri i Urala: sb. materialov 9-y Sibirskoy (mezhdunarodnoy) konferentsii 20–21 noyab. 2002. Novosibirsk: NGASU, 2002. № 7. P. 68–72.
10. Pangaev V. V. [et al.] Modelnye issledovaniya napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya kamennoy kladki pri szhatii [Model studies of the stress-strain state of stone masonry under compression]. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Stroitelstvo [News of Higher Educational Institutions. Construction]. 2003. № 2 (530). P. 24–29.
11. Pangaev V. V., Serdyuk V. M. Deformativnye kharakteristiki tsementnykh kladochnykh rastvorov [Deformation characteristics of cement masonry mortars]. Izvestiya

Vyshshikh Uchebnykh Zavedeniy. Stroitelstvo [News of Higher Educational Institutions. Construction]. 2004. № 9. P. 110–113.

12. Alfano G., Sacco E. Combining interface damage and friction in a cohesive-zone model. *Int. J. Numer. Methods Eng.* 2006. Vol. 68, No. 5. P. 542–582.

13. Kashevarova G. G., Zobacheva A. Yu. Modelirovanie protsessa razrusheniya kirpichnoy kladki [Modeling the process of destruction of brickwork]. *Vestnik Permskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Stroitelstvo i arkhitektura* [Bulletin of Perm State Technical University. Construction and Architecture]. Perm, 2010. Vol. 1. P. 106–116.

14. Kapustin S. A., Likhacheva S. Yu. Modelirovanie protsessov deformirovaniya i razrusheniya materialov s periodicheski povtoryayushchey strukturoy [Modeling of deformation and destruction processes of materials with a periodically repeating structure]. *Nizhny Novgorod. NNGASU*, 2012. 96 p.

15. Smoljanović H., Živaljić N., Nikolić Ž. A combined finite-discrete element analysis of dry stone masonry structures. *Eng. Struct.* 2013. Vol. 52. P. 89–100.

16. Smoljanović H., Nikolić Ž., Živaljić N. A combined finite-discrete numerical model for analysis of masonry structures. *Eng. Fract. Mech.* 2015. Vol. 136. P. 1–14.

17. Sarhosis V., Sheng Y. Identification of material parameters for low bond strength masonry. *Eng. Struct.* 2014. Vol. 60. P. 100–110.

18. Sarhosis V., Garrity S. W., Sheng Y. Influence of brick–mortar interface on the mechanical behaviour of low bond strength masonry brickwork lintels. *Eng. Struct.* 2015. Vol. 88. P. 1–11.

19. Pulatsu B., Bretas E. M., Lourenco P. B. Discrete element modeling of masonry structures: Validation and application. *Earthq. Struct.* 2016. Vol. 11, No. 4. P. 563–582.

20. Serpieri R., Albarella M., Sacco E. A 3D microstructured cohesive–frictional interface model and its rational calibration for the analysis of masonry panels. *Int. J. Solids Struct.* 2017. Vol. 122–123. P. 110–127.

21. Godio M., Stefanou I., Sab K. Effects of the dilatancy of joints and of the size of the building blocks on the mechanical behavior of masonry structures. *Meccanica*. 2018. Vol. 53, No. 7. P. 1629–1643.

22. Raffa M. L., Lebon F., Rizzoni R. Derivation of a model of imperfect interface with finite strains and damage by asymptotic techniques: an application to masonry structures. *Meccanica*. 2018. Vol. 53, No. 7. P. 1645–1660.

23. Pepe M. et al. Micromodels for the In-Plane Failure Analysis of Masonry Walls with Friction: Limit Analysis and DEM-FEM/DEM Approaches. *Proceedings of XXIV AIMETA Conference 2019*. Cham: Springer International Publishing, 2020. P. 1883–1895.

24. Koocheki K., Pietruszczak S., Haghghat E. A computational framework for meso and macroscale analysis of structural masonry. *Int. J. Solids Struct.* 2022. Vol. 236–237. P. 111342.

25. Koocheki K., Pietruszczak S. Mesoscale analysis of fracture process in brick masonry structures. *Math. Mech. Solids*. 2025. Vol. 30, No. 1. P. 73–92.

26. Ali S. S., Page A. W. Finite Element Model for Masonry Subjected to Concentrated Loads. *J. Struct. Eng. American Society of Civil Engineers*. 1988. Vol. 114, No. 8. P. 1761–1784.

27. Derkach V. N., Orlovich R. B. Prochnost kamennoy kladki na srez po neperevyazannym secheniyam [Shear strength of stone masonry along un-bonded sections]. *Stroitelstvo i Rekonstruktsiya* [Construction and Reconstruction]. Orel, Orlovskiy gosudarstvenny tekhnicheskii universitet, 2010. Vol. 3, № 29. P. 7–13.

28. Derkach V. N. Anizotropiya deformatsionnykh svoystv kamennoy kladki [Anisotropy of deformation properties of stone masonry]. *Globalnaya Energiya* [Global Energy]. St. Petersburg, Sankt-Peterburgskiy politekhnicheskii universitet Petra Velikogo, 2011. № 1 (117). P. 201–207.

29. Derkach V. N. Anizotropiya prochnosti na rastyazhenie kamennoy kladki pri raskalyvanii [Anisotropy of tensile strength of stone masonry in splitting]. *Globalnaya Energiya*



[Global Energy]. St. Petersburg: Sankt-Peterburgskiy politekhnicheskii universitet Petra Velikogo, 2012. № 2-2 (147). P. 259–264.

30. Galalyuk A. V., Derkach V. N. Deformatsionnye kharakteristiki kamennoy kladki pri szhatii [Deformation characteristics of stone masonry under compression]. Vestnik Brestskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta. Stroitelstvo i arkhitektura [Bulletin of Brest State Technical University. Construction and Architecture]. 2012. № 1 (73). P. 66–70.

31. Derkach V. N. Deformatsionnye kharakteristiki kamennoy kladki v usloviyakh ploskogo napryazhennogo sostoyaniya [Deformation characteristics of stone masonry under plane stress state]. Stroitelstvo i Rekonstruktsiya [Construction and Reconstruction]. 2012. № 2 (40). P. 3–10.

32. Derkach V. N. Prochnost kamennoy kladki pri osevom rastyazhenii [Strength of stone masonry under axial tension]. Vestnik Grazhdanskikh Inzhenerov [Bulletin of Civil Engineers]. 2012. № 5 (34). P. 58–64.

33. Derkach V. N. Prochnost kasatel'nogo stsepleniya tsementnykh rastvorov v kamennoy kladke [Shear bond strength of cement mortars in stone masonry]. Inzhenerno-Stroitelny Zhurnal [Journal of Civil Engineering]. 2012. № 3 (29). P. 19–28.

34. Derkach V. N. Prochnost normalnogo stsepleniya tsementnykh rastvorov v kamennoy kladke [Normal bond strength of cement mortars in stone masonry]. Inzhenerno-Stroitelny Zhurnal [Journal of Civil Engineering]. 2012. № 7 (33). P. 6–13.

35. Demchuk I. E., Derkach V. N. Issledovanie prochnosti stsepleniya rastvorov v kamennoy kladke [Investigation of bond strength of mortars in stone masonry]. Vestnik Brestskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta. Stroitelstvo i arkhitektura [Bulletin of Brest State Technical University. Construction and Architecture]. 2012. № 1 (73). P. 70–75.

36. Derkach V. N., Belov V. V. Prochnost kamennoy kladki na rastyazhenie pod uglom k gorizontalnym rastvornym shvam [Tensile strength of stone masonry at an angle to horizontal mortar joints]. Vestnik Grazhdanskikh Inzhenerov [Bulletin of Civil Engineers]. 2012. № 2 (31). P. 65–70.

37. Demchuk I. E., Galalyuk A. V. Modelirovanie ispytaniy obraztsov kamennoy kladki pri szhatii parallelno gorizontalnym rastvornym shvam [Modeling of tests of stone masonry samples under compression parallel to horizontal mortar joints]. Vestnik Brestskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta. Stroitelstvo i arkhitektura [Bulletin of Brest State Technical University. Construction and Architecture]. 2013. № 1 (79). P. 122–128.

38. Demchuk I. E. Chislennoe modelirovanie protsessa deformirovaniya i razrusheniya kamennoy kladki pri diagonalnom szhatii [Numerical modeling of the deformation and destruction of stone masonry under diagonal compression]. Perspektivnye napravleniya innovatsionnogo razvitiya stroitelstva i podgotovki inzhenernykh kadrov [Perspective directions of innovative development of construction and training of engineering personnel]. sb. nauch. st. XIX Mezhdunarodnogo nauchno-metodicheskogo seminara (Brest, 23–25 oktyabrya 2014 g.): v 3 ch. Brest, BrSTU, 2014. P. 25–31.

39. Demchuk I. E. Chislennoe issledovanie parametrov sdviga v kamennoy kladke [Numerical study of shear parameters in stone masonry]. Sbornik trudov mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii. Arkhangelsk, Severny (Arkticheskii) federalny universitet im. M. V. Lomonosova, 2014. P. 112–119.

40. Demchuk I. E. Eksperimentalno-teoreticheskie issledovaniya kamennoy kladki pri sdvige s obzhatiem [Experimental and theoretical studies of stone masonry under shear with compression]. Vestnik Brestskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta. Stroitelstvo i arkhitektura [Bulletin of Brest State Technical University. Construction and Architecture]. 2016. № 1 (97). P. 112–116.

41. Demchuk I. E. Prochnost i deformatsii kamennoy kladki iz keramicheskogo kirpicha pri sdvige poperek gorizontalnykh shvov [Strength and deformations of ceramic brick masonry under shear across horizontal joints]. Collect. Res. Pap. "Contemporary Issues Concr. Reinf. Concr." BY: Institute BelNIIS, republican unitary enterprise, 2017. № 9.



42. Derkach V. N. Otsenka anizotropii prochnosti pri szhatii kamennoy kladki pri obsledovanii zdaniy staroy postroyki [Assessment of compressive strength anisotropy of stone masonry during survey of old buildings]. Vestnik Brestskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta [Bulletin of Brest State Technical University]. 2019. № 1. P. 52–55.
43. Fouchal F. [et al.] On the modeling of brick-mortar interface. Brick Mortar Res. 2012. P. 259–300.
44. Kabantsev O. V. Chastnye kriterii prochnosti kamennoy kladki dlya analiza uprugoplasticheskogo deformirovaniya [Particular strength criteria of stone masonry for the analysis of elastic-plastic deformation]. Seymostoykoe Stroitelstvo. Bezopasnost Sooruzheniy [Earthquake-resistant Construction. Safety of Structures]. 2013. № 3. P. 36–41.
45. Kabantsev O. V. Diskretnaya model kamennoy kladki v usloviyakh dvukhosnogo napryazhennogo sostoyaniya [Discrete model of stone masonry under biaxial stress state]. Vestnik TGASU [Bulletin of Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering]. 2015. Vol. 4. P. 113–134.
46. Kabantsev O. V., Tamrazyan A. G. Modelirovanie uprugoplasticheskogo deformirovaniya kamennoy kladki v usloviyakh dvukhosnogo napryazhennogo sostoyaniya [Modeling of elastic-plastic deformation of stone masonry under biaxial stress state]. International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2015. Vol. 11, № 3. P. 87–100.
47. Perelmutter A. V., Kabantsev O. V. Uchet izmeneniya zhestkostey elementov v protsesse montazha i ekspluatatsii [Accounting for changes in stiffness of elements during installation and operation]. Inzhenerno-Stroitelny Zhurnal [Journal of Civil Engineering]. 2015. Vol. 53, № 01. P. 6–14.
48. Kabantsev O. V. Plasticheskoe deformirovanie i razrushenie kamennoy kladki v usloviyakh dvukhosnogo napryazhennogo sostoyaniya [Plastic deformation and destruction of stone masonry under biaxial stress state]. Vestnik MGSU [Bulletin of Moscow State University of Civil Engineering]. 2016. № 2. P. 34–48.
49. Drougkas A., Molins i Borrell C., Roca Fabregat P. Micro-modeling of stack bond masonry in compression using a plasticity law. CIMNE, 2013. P. 919–928.
50. Drougkas A., Roca P., Molins C. Experimental analysis and detailed micro-modeling of masonry walls subjected to in-plane shear. Eng. Fail. Anal. 2019.
51. Hsieh S. S., Ting E. C., Chen W. F. A plastic-fracture model for concrete. Int. J. Solids Struct. 1982.
52. Giamundo V. [et al.] Evaluation of different computational modelling strategies for the analysis of low strength masonry structures. Eng. Struct. 2014. Vol. 73. P. 160–169.
53. D'Altri A. M. [et al.] A 3D detailed micro-model for the in-plane and out-of-plane numerical analysis of masonry panels. Comput. Struct. 2018. Vol. 206. P. 18–30.
54. Lee J., Fenves G. L. Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures. J. Eng. Mech. 1998. Vol. 124, No. 8. P. 892–900.
55. Greco F. [et al.] A detailed micro-model for brick masonry structures based on a diffuse cohesive-frictional interface fracture approach. Procedia Struct. Integr. 2020. Vol. 25. P. 334–347.
56. Greco F. [et al.] Crack propagation analysis in masonry structures via an inter-element cohesive fracture approach: assessment of mesh dependency issues. Procedia Struct. Integr. 2022. Vol. 39. P. 638–648.
57. Gaetano D. [et al.] An interface-based detailed micro-model for the failure simulation of masonry structures. Eng. Fail. Anal. 2022. Vol. 142. P. 106753.
58. Kakhamarka-Suniga D., Kabantsev O. V. Mikromodelirovanie normalnoy i tangentsialnoy adgezionnoy prochnosti uproschennykh modeley kamennoy kladki [Micromodeling of normal and tangential adhesive strength of simplified masonry models]. Aktualnye problemy stroitelnoy otrasli i obrazovaniya – 2023 [Actual problems of the



construction industry and education – 2023]: sb. dokladov IV Natsionalnoy nauchnoy konferentsii (Moskva, 15 dekabrya 2023 g.). Moscow: MISI–MGSU, 2024. P. 140–146.

59. Dabdon Conceição Nascimento [et al.] Numerical simulation of behavior of masonry mechanics made with ecological bricks. Ibero-Lat. Am. Congr. Comput. Methods Eng. CILAMCE. 2024.

60. Zucchini A., Lourenço P. B. A micro-mechanical model for the homogenisation of masonry. Int. J. Solids Struct. 2002. Vol. 39, No. 12. P. 3233–3255.

61. Kashevarova G. G., Trufanov N. A. Chislenny analiz effektivnykh uprugikh svoystv materiala kirpichnoy kladki [Numerical analysis of effective elastic properties of brickwork material]. Mekhanika Kompozitsionnykh Materialov i Konstruktsiy [Mechanics of Composite Materials and Structures]. 2005. Vol. 11, № 1. P. 49–60.

62. Adishchev V. V., Shakarneh O. M. D. Vliyanie armirovaniya na fiziko-mekhanicheskie kharakteristiki kladok iz keramicheskikh blokov [Influence of reinforcement on physical and mechanical characteristics of masonry made of ceramic blocks]. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy Stroitelstvo [News of Higher Educational Institutions. Construction]. 2022. № 5 (761). P. 14–30.

63. Shakarneh O. M. D., Adishchev V. V. Chislennoe modelirovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya v kamennoy kladke, usilennoy armiruyushchimi setkami [Numerical modeling of the stress-strain state in masonry reinforced with reinforcing meshes]. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy Stroitelstvo [News of Higher Educational Institutions. Construction]. 2023. № 3 (771). P. 5–21.

64. Adishchev V. V., Shakarneh O. M. D. Identifikatsiya effektivnykh zhestkostnykh kharakteristik kamennykh kladok na osnove sravnitel'nogo analiza rezultatov chislennykh i fizicheskikh eksperimentov [Identification of effective stiffness characteristics of stone masonry based on comparative analysis of numerical and physical experiments]. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy Stroitelstvo [News of Higher Educational Institutions. Construction]. 2024. № 8 (788). P. 5–21.

65. Adishchev V. V., Shakarneh O. M. D. Protsessy uprugogo i neuprugogo deformirovaniya i razrusheniya kamennykh kladok [Processes of elastic and inelastic deformation and destruction of stone masonry]. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy Stroitelstvo [News of Higher Educational Institutions. Construction]. 2025. № 2 (794). P. 5–18.

66. Adishchev V. V., Shakarneh O. M. D. Metod gomogenizatsii opredeleniya matritsy effektivnykh koeffitsientov zhestkosti kamennoy kladki [Homogenization method for determining the matrix of effective stiffness coefficients of stone masonry]. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy Stroitelstvo [News of Higher Educational Institutions. Construction]. 2025. № 4 (796). P. 32–44.

67. Garzón-Roca J. [et al.] Estimation of the axial behaviour of masonry walls based on Artificial Neural Networks. Comput. Struct. 2013. Vol. 125. P. 145–152.

68. Plevris V., Asteris P. G. Modeling of masonry failure surface under biaxial compressive stress using Neural Networks. Constr. Build. Mater. 2014. Vol. 55. P. 447–461.

69. Carozza S., Cimmino M. Artificial neural network implementation for masonry compressive strength estimation. Proc. Inst. Civ. Eng. - Struct. Build. 2019. Vol. 173, No. 9. P. 635–645.

70. Asteris P. G. [et al.] Mapping and revealing the nature of masonry compressive strength using computational intelligence. Structures. 2025. Vol. 78. P. 109189.

71. Cornejo A. [et al.] A machine learning based material homogenization technique for in-plane loaded masonry walls. Comput. Struct. 2025. Vol. 314. P. 107754.

© И. А. Ломовской, С. Ю. Лихачева, 2026

Получено: 02.07.2026 г.