

# ИНЖЕНЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА. ЦИФРОВАЯ ПОДДЕРЖКА ЖИЗНЕННОГО ЦИКЛА ИЗДЕЛИЙ

---

УДК 004.42: 692.44

К. А. ЛАХОВ<sup>1</sup>, магистрант по направлению программной инженерии;  
А. Я. ЛАХОВ<sup>2</sup>, канд. техн. наук, доц. кафедры информационных систем и технологий

## ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОДНОКОНТУРНЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УНИВЕРСАЛЬНОГО 3D-ФОРМАТА

<sup>1</sup>ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского»

603022, г. Н. Новгород, просп. Гагарина, д. 23, корп. 1; эл. почта: kirill.9992@gmail.com

<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»

Россия, 603952, г. Н. Новгород, ул. Ильинская, д. 65. Тел.: (831) 433-47-71;  
эл. почта: alakhov99@nngasu.ru

*Ключевые слова:* геодезические оболочки, методы разбинок геодезических оболочек, треугольник Мебиуса, библиотека параметрических объектов ArchiCAD, автономная программа разбинок на Java, визуализация моделей геодезических оболочек во внешней программе.

---

*Представлено описание методов разбинок геодезических оболочек. Первая группа методов – с использованием ручных расчетов, вторая – с использованием универсальных программных средств, третья – с использованием специализированного программного обеспечения, четвертая – с использованием библиотек параметрических объектов CAD систем. Использование библиотеки параметрических объектов CAD системы предполагает наличие определенной CAD системы у проектировщиков. Предложено реализовать автономную программу разбинок геодезических оболочек на языке Java с сохранением геометрических моделей во внешнем универсальном 3D-формате. В этом случае проектирование зданий и сооружений с геодезическими оболочками возможно выполнять в различных CAD системах. Обеспечивается также визуализация геометрических моделей геодезических оболочек во внешних программах.*

---

Геодезические оболочки позволяют перекрывать большие пролеты без промежуточных опор и обладают высокой прочностью относительно веса и характеристик, используемых материалов [1, 2]. Геодезические оболочки основаны на разбивке сферической поверхности геодезическими линиями на треугольники Мебиуса с последующей разбивкой на более мелкие элементы. Эти элементы могут быть разной формы. Они формируют устойчивые конструкции. Некоторые виды разбинок приводят к формированию поверхности из преимущественно одинаковых элементов, что привлекательно с точки зрения технологии строительства.

Разбивка сферы сопряжена с решением сложных задач даже с использованием компьютеров. Существует большое разнообразие систем разбинок, которые исходят из разных предпосылок [3]. Некоторые типы разбинок были созданы для облегчения расчетов, другие – для достижения конструктивной эффективности, третьи – для соответствия техническим требованиям.



Клинтон [4] разделил системы разбивки на два класса: I класс (*alternate*), который характеризуется элементами сети, приблизительно параллельными сторонам базового треугольника, II класс (*triacon*), который характеризуется элементами сети, приблизительно перпендикулярными сторонам базового треугольника. Веннингер [5] описал класс III, который характеризуется элементами сети, образующими некоторый угол со сторонами базового треугольника. Эти системы разбивки, в свою очередь, могут быть созданы как методом равных хорд, так и методом равных дуг.

Реализация систем разбивок может быть осуществлена расчетами вручную. К этой группе работ относится статья Кавех А. и др. [6], в которой выполняется оптимальное проектирование топологии купола. В качестве предмета исследования используют ребристый купол, исходная конфигурация которого сформирована расчетом вручную. Севериано Дж. и др. [7] разрабатывают метод проектирования пространственных конструкций путем выбора точек на плоскости, когда заменяется евклидова геометрия двумерной плоскости эллиптической геометрией вращения/симметрии на сфере. Данный метод может быть применен и для геодезических структур. Сибер А. [8] рассматривает геометрию икосаэдральных геодезических куполов, теорема Эйлера используется для вычисления количества вершин, ребер и граней куполов. В техническом руководстве Кана Л. [9] приводятся наборы данных с размерами элементов и углами, полученными при разбивках геодезических куполов для различных частот разбиения. В статье Дэвиса Т [10] рассматривается математика, лежащая в основе геодезических куполов.

Разбивки могут быть выполнены с использованием универсального программного обеспечения. Романович А. и др. [11] рассматривают возможность установки настила, подвешенного к геодезическому куполу, для увеличения используемого пространства внутри купола. В качестве примера выполнено проектирование геодезического купола в системе расчета *LIRA-SAPR*. В статье Сардоне Л. и др. [12] выполняется оптимизация геодезического купола путем минимизации общего объема конструкции. Моделирование купола выполняется в *Grashoppers 3D*, визуализация – в *Rhinoseros 3D*.

Разбивки выполняют с использованием специализированных программ. В статьях Рупа М. и др. [13], Россо Д. и др. [14], Вронтисси М. [15] для моделирования геодезических куполов используется программа *CadreGeo*.

В ННГАСУ разработана библиотека параметрических объектов геодезических оболочек *GeoDome* [16–18] на основе *CAD* системы *ArchiCAD*. С ее помощью можно осуществить разбивку геодезических оболочек разных классов. Однако они написаны на языке *GDL*, встроенном в *ArchiCAD*, то есть для их использования необходима система *ArchiCAD*. Если имеются другие системы проектирования, то библиотека *GeoDome* не применима.

Данная проблема может быть решена с помощью разработки автономной программы разбивки геодезических оболочек и сохранения полученных геометрических моделей геодезических оболочек в некотором универсальном 3D-формате. В этом случае проектирование возможно выполнять в различных *CAD* системах, например, в отечественном *NanoCAD*. Данная работа посвящена проблеме проектирования и разбивки геодезических оболочек с использованием различных *CAD* систем.

### Метод разбивки геодезических оболочек

Начнем построение геодезической оболочки с додекаэдра. Вычислим центры 12 пентагонов. Эти центры сформируют икосаэдр. Выполним проецирование ребер икосаэдра на описанную сферу. В результате на поверхности сферы образуются 20 треугольников Мебиуса. В углах треугольников Мебиуса разместим пентагоны. Вдоль сторон треугольников Мебиуса разместим гексагоны. Внутри треугольника Мебиуса также разместим гексагоны.

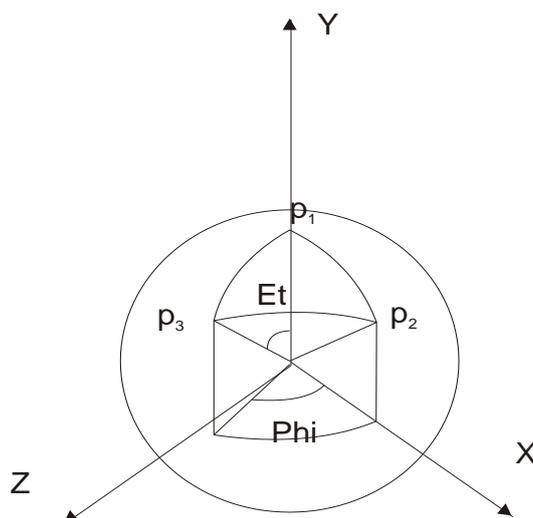


Рис. 1. Системы координат ОСК и ССК

Создадим ортогональную систему координат ОСК и соответствующую сферическую систему координат ССК. Начало системы находится в центре описанной сферы. Координаты P.1 и P.2 известны – это координаты вершин икосаэдра. Определим центральный угол, соответствующий дуге P.2–P.1. Решим сферический треугольник Мебиуса.

Вдоль стороны треугольника Мебиуса лежат многоугольники (в углах – пентагоны, остальные – гексагоны). Вычислим параметры пентагонов и гексагонов.

Вычислим координаты точек, лежащих на первой стороне треугольника Мебиуса. Из предыдущего этапа известны координаты точек в сферической системе координат ССК ( $\Phi = 0$ ,  $E_t = \sum \alpha_i$ ). Пересчитаем их координаты в прямоугольную систему координат ОСК.

Координаты точек, лежащих на второй стороне треугольника Мебиуса, в сферической системе координат, известны  $E_t = \sum \alpha_i$ ,  $\Phi = A$ . Необходимо их пересчитать в прямоугольную систему координат.

Вычислим координаты точек, лежащих на третьей стороне треугольника Мебиуса. Длина дуги между точками P.1 и P.3 известна. Также известны параметры многоугольников. Построим отрезок P1. – P.3. Найдем приращения координат (разницу между координатами точек P3 и P1). Вычислим приращения прямоугольных координат проекций точек на отрезок P.1 – P.3 и далее – прямоугольные координаты точки. В результате получим координаты точки на поверхности описанной сферы. Прделаем такие расчеты для всех точек вдоль третьей стороны треугольника Мебиуса.

Вычислим координаты точек внутри треугольника Мебиуса. Сначала надо вычислить сферические координаты внутренних точек I сектора треугольника Мебиуса.

Для этого решим сферические треугольники (см. рис. 2а). Далее надо вычислить их декартовы координаты.

Для определения координат внутренних точек II сектора треугольника Мебиуса необходимо выполнить отражение точек I сектора относительно плоскости  $XOZ$  и поворот на  $72^\circ$  относительно оси  $Y$ . Аналогичным методом (используя симметрию и вращение) вычислим внутренние точки сектора III треугольника Мебиуса. В результате будут вычислены все внутренние точки первого треугольника Мебиуса.

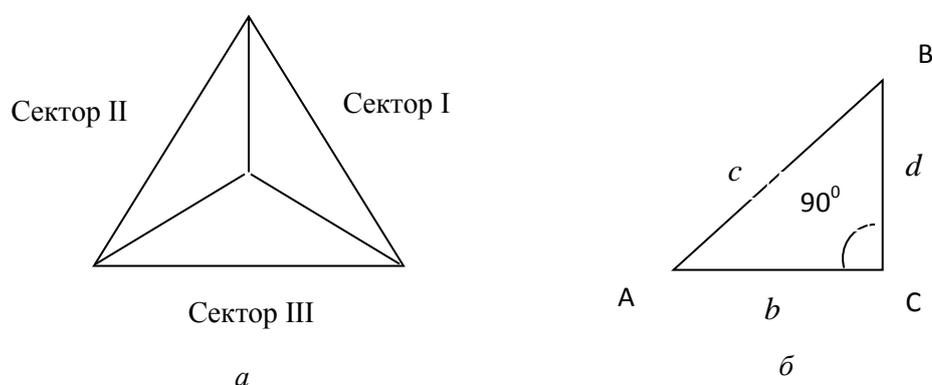


Рис. 2. Вычисление внутренних точек: а – треугольник Мебиуса; б – решение прямоугольного сферического треугольника

Для вычисления координат треугольников Мебиуса 1-го уровня воспользуемся симметрией базового многогранника – икосаэдра. 1-й уровень состоит из 5 граней, повернутых друг относительно друга на  $72^\circ$ . Координаты точек 1-го треугольника Мебиуса вычислены. Для получения координат остальных треугольников Мебиуса 1-го уровня достаточно повернуть координаты 1-го треугольника Мебиуса вокруг оси  $OY$  на  $72^\circ$  несколько раз.

Для получения координат точек треугольников Мебиуса 2-го и 3-го уровней воспользуемся аналогичным методом (используя симметрию и вращение). Получим координаты точек треугольников Мебиуса 2-го и 3-го уровней.

В результате получим координаты вершин элементов всей геодезической оболочки. На основе данного метода разработана программа *CrisLab* расчета координат точек на языке программирования *Java*.

#### Реализация сохранения геометрической модели в X-формате

Формат сохранения 3D сцен должен решать две проблемы: сохранение объектов, составляющих сцену, и сохранение отношений между объектами [19]. В X-формате корпорации *Microsoft* эти особенности реализованы.

Алгоритм сохранения 3D-модели геодезической оболочки в X-формате содержит следующие этапы:

- 1) вывод заголовка файла *xof 0302txt 0064*;
- 2) вывод списка материалов *Material*;



3) вывод раздела сетки (количество сеток от 1 до 20 соответствуют треугольникам Мебиуса) состоит из заголовка сетки, количества вершин, координат вершин, количества полигонов, индексов вершин полигонов;

4) вывод подраздела нормалей состоит из заголовка нормалей, количества нормалей, координат вектора нормали, количества полигонов, индексов векторов нормалей;

5) вывод подраздела материалов состоит из заголовка материалов, количества полигонов, индексов материалов, соответствующих полигону, списка имен материалов.

В результате использования этого алгоритма был разработан дополнительный код для программы *CrisLab* на *Java*, с его помощью можно получить модели геодезических оболочек в виде файлов X-формата.

### Результаты

Для системы проектирования и разбивки геодезических оболочек с использованием различных *CAD* систем была разработана программа *CrisLab* v.3.2. Она позволяет выполнить разбивку геодезической оболочки для базового многогранника – икосаэдра, класса II (triacon), частоты разбивки 4, 6, 8 заданного радиуса описанной. Также обеспечивается сохранение сформированной геометрической модели геодезической оболочки в виде файла X-формата для дальнейшей визуализации и интегрирования в проект здания или сооружения во внешней *CAD* системе. Для визуализации геометрических моделей геодезических оболочек была использована программа *Deep Exploration Evaluation* (рис. 3, 4).

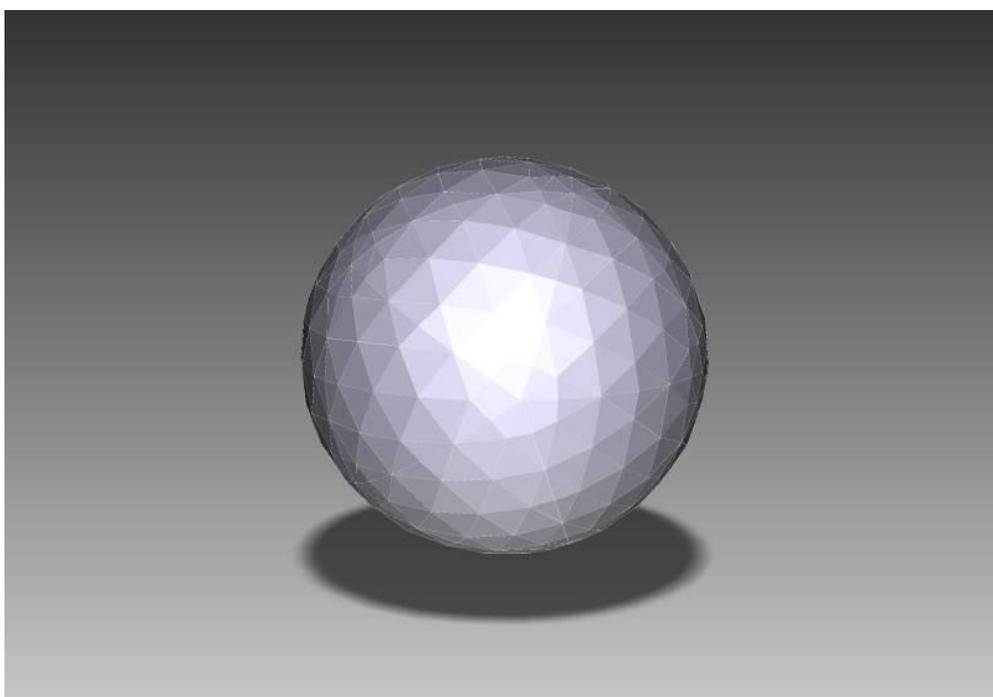


Рис. 3. 3D-модель геодезической оболочки в виде сферы (вариант разбивки 2, частота б) – в программе *Deep Exploration Evaluation*

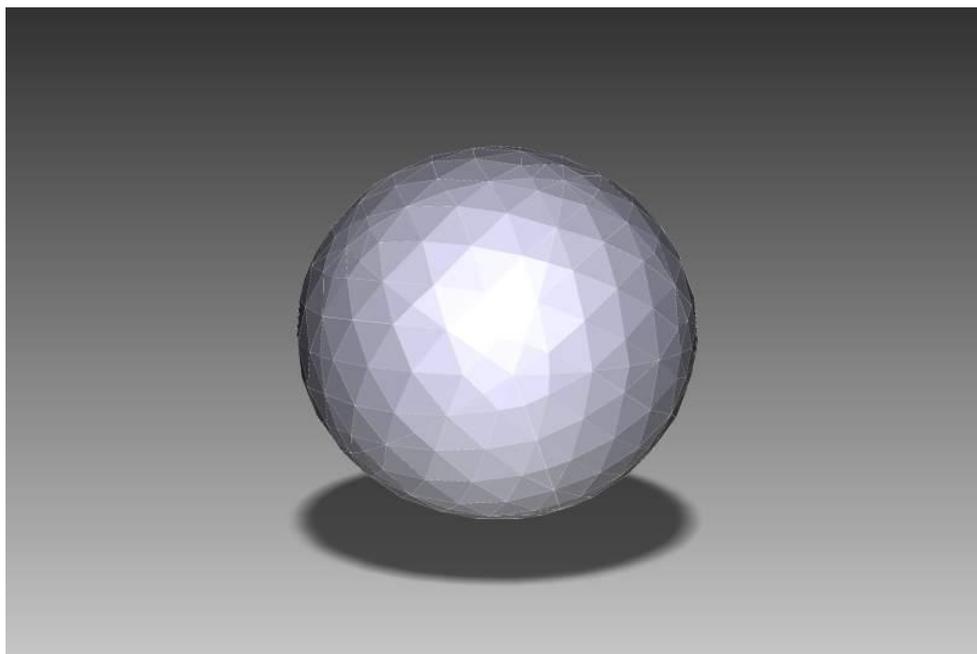


Рис. 4. 3D-модель геодезической оболочки в виде сферы (вариант разбивки 3, частота 8) – в программе *Deep Exploration Evaluation*

### Выводы

В результате выполненных исследований вычислены координаты вершин граней, формирующих геодезическую оболочку, разработана программа на языке программирования *Java* для расчета координат вершин граней геодезических оболочек, реализована функция сохранения полученных геометрических моделей во внешнем 3D-формате, что позволило получить геометрические модели оболочек для дальнейшего импорта в *CAD* системы и визуализации во внешних программах.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Туполев, М. С. Новый тип крытого тока / М. С. Туполев. – Текст : непосредственный // Колхозное право. – 1951. – № 6. – С. 5–6.
2. Fuller, R. B. Geodesic dome / R. B. Fuller // Perspecta. – 1952. – № 1. – P. 30–33.
3. Edward, S. Popko Divided Spheres. Geodesics and the Orderly Subdivision of the Sphere CRC Press Taylor & Francis Group / S. Edward. – 2012. – 511 p.
4. Clinton, J. D. Advanced Structural Geometry Studies. – Part I. – Polyhedral Subdivision Concepts for Structural Applications : NASA-CR-1734 : NASA / J. D. Clinton. – Washington. – 1971. – 121 p.
5. Wenninger, M. J. Spherical Models / M. J. Wenninger ; Cambridge University Press. – Cambridge, UK, 1979. – 208 p.
6. Kaveh, A. Topology and geometry optimization of single-layer domes utilizing CBO and ECBO / A. Kaveh, M. Rezaei ; Sharif University of Technology // Scientia Iranica. Transactions A: Civil Engineering Scientia Iranica A. – 2016. – № 23 (2). – P. 535–547.
7. Symmetry in Regular Polyhedra Seen as 2D Möbius Transformations: Geodesic and Panel Domes Arising from 2D Diagrams / Diaz-Severiano J. A., Gomez-Jauregui V., Machado C, Otero C. // Symmetry. – 2018. – 10, 356 ; doi:10.3390/sym10090356. – P. 1–10.



8. Šiber, A. Icosadeltahedral Geometry of Geodesic Domes, Fullerenes and Viruses: A Tutorial on the T-Number / A. Šiber // *Symmetry*. – 2020. – № 12, 556 ; doi:10.3390/sym12040556. – P. 1–22.
9. Kahn, L. Domebook. 2. Pacific Domes / L. Kahn. – Bolinas, 1971. – 133 p.
10. Davis T. Geodesic Domes / T. Davis. – URL: tomrdavis@earthlink.net <http://www.geometer.org/mathcircles>. June 6, 2011.
11. Romanovich, A., Kleshcunov Y., Vlasov A. On potentiality and practicability of installing flooring suspended in geodesic domes by means of cable system / Romanovich, A., Kleshcunov Y., Vlasov A. // *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. – 2019. – 687 (2019), 033025. – P. 1–9.
12. Generative Design Process and Optimization of Geodesic Dome with Variable Frequency / Sardone L., Rosso M. M., Melchiorre J., Pellegrino M. ; S. Gabriele et al. (Eds.) // *IWSS 2023, LNCE 437, 2024*. Springer Nature. – Switzerland, 2024. – P. 289–298.
13. Roopa M, Lakshmi K. B., Venugopal H. Dynamic Analysis of Geodesic Dome Structure / Roopa M, Lakshmi K. B., Venugopal H ; L. Nandagiri et al. (eds.) // *Sustainability Trends and Challenges in Civil Engineering : Lecture Notes in Civil Engineering 162*, Springer Nature, Singapore, 2022. – P 895–915.
14. Experimental and Numerical Study of a Geodesic Dome Under Static and Dynamic Loads and the Influence of Nodal Connections / Rossot D., Machado R.D., Barbieri N., de Lima K.F. // *Experimental Techniques*. – 2022. – № 46. – P. 823–834.
15. Vrontissi, M. K. Designing and building a geodesic dome as a bearing structure for an 'artificial sky' lighting installation *Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) / M. K. Vrontissi, M. K. A. Domingo and C. Lazaro (eds.) // Symposium 2009, Valencia Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures*. Spain, 2009. – P. 1379–1390.
16. Лахов, А. Я. База данных GEOD библиотечных объектов ArchiCAD геодезических куполов / А. Я. Лахов. – Текст : непосредственный // 15 Российский архитектурно-строительный форум : труды научно-практической конференции, 16-19 мая 2017 г. / Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет. – Нижний Новгород, 2017. – С. 42-45.
17. Лахов, А. Я. Система проектирования и расчета геодезических куполов с открытой архитектурой : монография / А. Я. Лахов ; Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет. – Воронеж : Научная книга, 2015. – 150 с.
18. Лахов, А. Я. Применение библиотеки параметрических объектов GeoDome геодезических куполов в информационном моделировании зданий / А. Я. Лахов, К. А. Лахов. – Текст : непосредственный // *Строительство и техногенная безопасность*. – 2022. – № 25 (77). – С. 55–63.
19. Бурк, П. X формат / П. Бурк. – URL: <http://paulbourke.net/dataformats/directx/> (дата обращения: 12.03.2024). – Текст : электронный.



**LAKHOV Kirill Andreevich<sup>1</sup>, undergraduate student of direction «Software engineering»;** **LAKHOV Andrey Yakovlevich<sup>2</sup>, candidate of technical sciences, associate professor, the chair of information systems and technologies**

## **DESIGNING SINGLE-CONTOUR GEODESIC SHELLS USING A UNIVERSAL 3D-FORMAT**

<sup>1</sup>Lobachevsky National Research State University of Nizhny Novgorod  
23, Gagarin Ave., bldg. 1, Nizhny Novgorod, 603022, Russia; e-mail: kirill.9992@gmail.com

<sup>2</sup>Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering  
65, Iljinskaya St., Nizhny Novgorod, 603952, Russia. Tel.: (831) 433-47-71;  
e-mail: alakhov99@nngasu.ru

*Key words:* geodesic shells, methods of breakdown of geodesic shells, Möbius triangle, ArchiCAD parametric object library, an autonomous Java of breakdown of geodesic shells program, visualization of geodesic shell models in an external program.

---

*The article describes methods for the breakdown of geodesic shells. The first group of methods is using manual calculations, the second one is using universal software, the third one is using specialized software, the fourth one is using libraries of parametric objects of CAD systems. Using the library of parametric CAD system objects assumes that designers have a specific CAD system. It is proposed to implement an autonomous program for the breakdown of geodesic shells in Java with the saving of geometric models in an external universal 3D format. In this case, the design of buildings and structures with geodesic shells can be performed in various CAD systems. Visualization of geometric models of geodesic shells in external programs is also provided.*

---

### REFERENCES

1. Tupolev M. S. Novy tip krytogo toka [New type of covered shed]/ Kolkhoznoe pravo [Collective farm law]. – 1951. – № 6. – P. 5–6.
2. Fuller R. B. Geodesic dome / R. B. Fuller // Perspecta. – 1952. – № 1. – P. 30–33.
3. Edward S. Popko Divided Spheres. Geodesics and the Orderly Subdivision of the Sphere CRC Press Taylor & Francis Group 2012, 511 p.
4. Clinton J. D. Advanced Structural Geometry Studies. Part I: Polyhedral Subdivision Concepts for Structural Applications; NASA-CR-1734; NASA: Washington, 1971, 121 p.
5. Wenninger M. J. Spherical Models; Cambridge University Press: Cambridge, UK, 1979, 208 p.
6. Kaveh A, Rezaei M. Topology and geometry optimization of single-layer domes utilizing CBO and ECBO. Sharif University of Technology. Scientia Iranica. Transactions A: Civil Engineering Scientia Iranica A. – 2016. – № 23(2). P. 535–547.
7. Diaz-Severiano J. A., Gomez-Jauregui V., Manchado C., Otero C. Symmetry in Regular Polyhedra Seen as 2D Möbius Transformations: Geodesic and Panel Domes Arising from 2D Diagrams. Symmetry. 2018. – 10, 356; doi: 10.3390/sym10090356. P. 1–10.
8. Šiber A. Icosadeltahedral Geometry of Geodesic Domes, Fullerenes and Viruses: A Tutorial on the T-Number. Symmetry. 2020. № 12, 556; doi: 10.3390/sym12040556. P. 1–22.
9. Kahn L. Domebook 2. Pacific Domes, Bolinas, 1970. 133 p.
10. Davis T. Geodesic Domes. – URL: tomrdavis@earthlink.net http://www.geometer.org/mathcircles June 6, 2011.
11. Romanovich A., Kleshcunov Y., Vlasov A. On potentiality and practicability of installing flooring suspended in geodesic domes by means of cable system. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2019. – 687 (2019), 033025. P. 1–9.



12. Sardone L., Rosso M. M., Melchiorre J., Pellegrino M. Generative Design Process and Optimization of Geodesic Dome with Variable Frequency S. Gabriele et al. (Eds.): IWSS 2023, LNCE 437, 2024. Springer Nature. Switzerland. 2024. P. 289–298.
13. Roopa M, Lakshmi K. B., Venugopal H. Dynamic Analysis of Geodesic Dome Structure; L. Nandagiri et al. (eds.). Sustainability Trends and Challenges in Civil Engineering: Lecture Notes in Civil Engineering 162, Springer Nature, Singapore, 2022. P. 895–915.
14. Rossot D., Machado R. D., Barbieri N., de Lima K. F. Experimental and Numerical Study of a Geodesic Dome Under Static and Dynamic Loads and the Influence of Nodal Connections. *Experimental Techniques*. 2022. – № 46. P. 823–834.
15. Vrontissi M. K. Designing and building a geodesic dome as a bearing structure for an 'artificial sky' lighting installation Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS). A. Domingo and C. Lazaro (eds.). Symposium 2009, Valencia Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures 2009, Spain. P. 1379–1390.
16. Lakhov A. Ya. Baza dannykh GEOD biblioteknykh obektov ArchiCAD geodezicheskikh kupolov. [GEOD database of library objects ArchiCAD of geodesic domes] / 15 Rossiyskiy arkhitekturno-stroitelny forum : trudy nauchno-prakticheskoy konferentsii, 16-19 maya 2017 g. Nizhegorod. gos. arkhitektur.-stroit. un-t. – Nizhny Novgorod, 2017. – P. 42–45.
17. Lakhov A. Ya. Sistema proektirovaniya i raschyota geodezicheskikh kupolov s otkrytoy arkhitekturoy [System of design and analysis of geodesic domes with open architecture] : monografiya / Nizhegorod. gos. arkhitektur.-stroit. un-t. Voronezh : Nauchnaya kniga, 2015, 150 p.
18. Lakhov A. Ya., Lakhov K. A. Primenenie biblioteki parametricheskikh obektov GeoDome geodezicheskikh kupolov v informatsionnom modelirovanii zdaniy [Application of GeoDome Library of Geodesic Dome Parametric Objects in Building Information Modeling]. *Stroitelstvo i tekhnogennaya bezopasnost* [Construction and industrial safety]. 2022. № 25 (77). P. 55–63.
19. Bourke P. X format. URL: <http://paulbourke.net/dataformats/directx/> (data obrashcheniya: 12.03.2024).

© К. А. Лахов, А. Я. Лахов, 2024

Получено: 01.04.2024 г.