



УДК 517.977.57:004.925.8

С. С. ШИЛОВ, соискатель ученой степени кандидата технических наук
кафедры теории сооружений и технической механики¹, инженер-
конструктор²

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СЕДЛОВИДНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ В ЗАДАЧАХ ЦИФРОВОЙ ПОДДЕРЖКИ ЖИЗНЕННОГО ЦИКЛА ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

¹ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет».

Россия, 603952, г. Н. Новгород, ул. Ильинская, д. 65.

Тел.: (961) 631-06-81; эл. почта: sergey.shilov.1997@mail.ru

²ООО «Строй-снаб».

Россия, 603000, г. Н. Новгород, ул. Нестерова, д. 33, офис 13.

Ключевые слова: оптимизационная модель, жизненный цикл, оптимальное решение, дифференциальный анализ.

Статья посвящена поиску оптимальных геометрических форм объектов, включающих в свой состав седловидные поверхности. Отмечается, что применение оптимизационных моделей на различных стадиях жизненного цикла технических систем играет большую роль при проведении проектных процедур. На начальном этапе были выделены критерий оптимизации и целевая функция. По результатам компьютерного моделирования и физического эксперимента были определены значения критерия оптимизации. С помощью языка программирования Python были получены целевые функции, с помощью которых были решены оптимизационные задачи и найдены геометрические конфигурации, обеспечивающие минимальное значение ветровых нагрузок.

Введение

Геометрическое моделирование – это важный инструмент, который помогает поддерживать всю необходимую информацию на разных этапах существования изделия [1–3]. Эти этапы включают создание первоначальной идеи продукта, запуск его в массовое производство, активное использование и завершение срока службы. Таким образом, геометрическое моделирование обеспечивает информативную основу для каждого шага, гарантируя надежность и точность на протяжении всего пути развития продукта.

Инженеры технических систем различного назначения стремятся оптимизировать конечный продукт или процесс его производства. Чтобы создать продукт, соответствующий ожиданиям потребителей, а также экономически менее затратный, применяется комплексный подход, который предполагает тщательное изучение функций каждой части системы, понимание нюансов ее эксплуатации, подбор подходящих материалов и производственных технологий, а также анализ потенциальных проблем и последствий вносимых изменений [4, 5]. Это позволяет инженерам разработать оптимальное решение, которое удовлетворит потребности заказчика и обеспечит максимальную выгоду при минимуме расходов.



Оптимизация геометрии объекта заключается в изменении его формы или структуры для улучшения важных характеристик, таких как прочность, устойчивость, аэродинамическое сопротивление и др. Эта процедура широко распространена в авиации [6–9], строительстве [10, 11], машиностроении и других сферах. Благодаря развитию компьютерных технологий, все больше внимания уделяют созданию эффективных конструкций с использованием математических расчетов и цифрового моделирования. Для успешного решения задач оптимизации важно понимать принципы построения соответствующих моделей.

Оптимизационная модель строится вокруг трех ключевых элементов: целевой функции, критерия оптимизации и пространства допустимых решений. Целевая функция показывает, какой именно показатель мы хотим максимизировать или минимизировать. Критерий оптимизации – это управляемый параметр, который изменяется в ходе поиска оптимального варианта. Пространство допустимых решений формируется системой ограничений, внутри которых выбираются возможные варианты решений. То есть, задача сводится к выбору наилучшего значения критерия оптимизации, соблюдая заданные условия и границы.

В каждом случае выделяется объект оптимизации, определяется цель оптимизации, ставится задача нахождения экстремума функции, описывающей оптимизируемую цель при заданных условиях (рис. 1) [12].

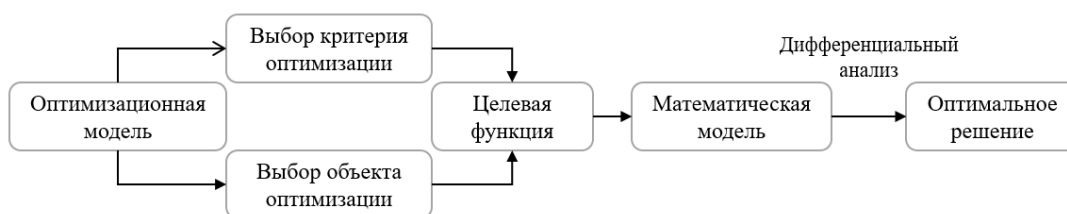


Рис. 1. Концептуальная структура оптимизационных моделей

Целью оптимизации является выбор такой формы поверхности, при которой будет достигаться минимизация равнодействующей ветровой нагрузки, что является актуальным на всех стадиях жизненного цикла технических систем.

Материалы и методы

В качестве оптимизируемой формы была выбрана тороидальная форма, относящаяся к поверхностям отрицательной гауссовой кривизны (рис. 2). Процесс создания параметрической модели описан в [13]. Оптимизация геометрической формы связана с поиском целевой функции зависимости между конфигурацией поверхности и равнодействующей ветровой нагрузки.

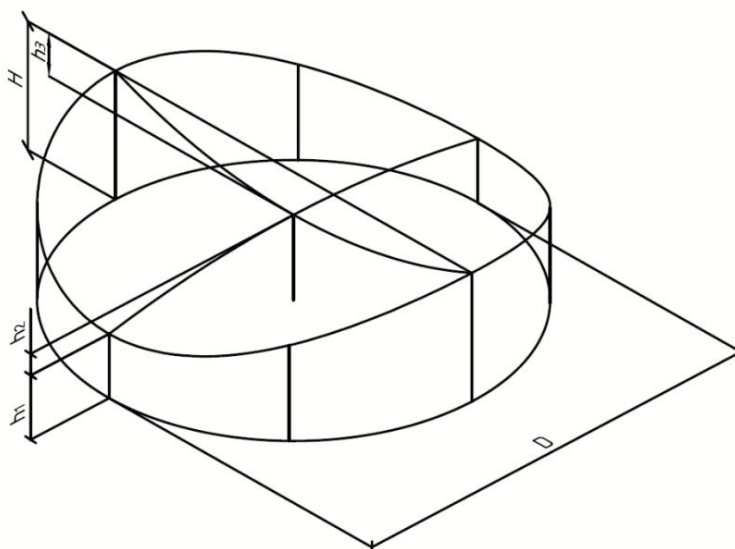


Рис. 2. Геометрическая схема оптимизируемой формы

Была проведена серия компьютерных исследований для 19 различных цифровых моделей исследуемой поверхности (табл. 1). Для оценки аэродинамических показателей вводится коэффициент формы k , который выступает критерием оптимизации и определяется как:

$$k = \frac{H - h_2 - h_3}{D}, \quad (1)$$

где: h_2 – высота сдвиговой дуги, h_3 – высота дуги-траектории, H – общая высота, D – диаметр.

Результаты исследований

Значение равнодействующей ветровой нагрузки определялось при помощи компьютерного моделирования в программном комплексе *Ansys CFX*. Были получены значения искомой величины по двум глобальным осям координат: X или Y (обуславливается сонаправленностью с движением воздушных масс) и Z . Значения равнодействующей ветровой силы в зависимости от коэффициента формы k сведены в табл. 2 и показаны в виде графиков на рис. 3–6. Значение равнодействующей ветровой нагрузки определялось по следующему выражению:

$$R = \sqrt{F_{y(x)}^2 + F_z^2}. \quad (2)$$



Таблица 1

№ п/п	D , м	H , м	h_2 , м	h_3 , м	k
1	50,0	15,0	0,0	5,0	0,2
2			0,5		0,19
3			1,0		0,18
4			1,5		0,17
5			2,0		0,16
6			2,5		0,15
7			3,0		0,14
8			3,5		0,13
9			4,0		0,12
10			4,5		0,11
11			5,0	5,0	0,1
12				5,5	0,09
13				6,0	0,08
14				6,5	0,07
15				7,0	0,06
16				7,5	0,05
17				8,0	0,04
18				8,5	0,03
19				9,0	0,02



Таблица 2

k	«Направление 0»			«Направление 90»		
	$F_{y(x)}$, Н	F_z , Н	R , кН	$F_{y(x)}$, Н	F_z , Н	R , кН
0,02	-1889,24	79577,3	79,60	9807,53	125817	126,20
0,03	-2519,27	84322	84,36	12129,3	124923	125,51
0,04	-3262,44	88950,5	89,01	16340,5	125910	126,97
0,05	-3662,29	93566	93,64	15998,3	127632	128,63
0,06	-3963,17	97883,2	97,96	16463,4	129624	130,67
0,07	-4533,89	106987	107,08	17239,7	130123	131,26
0,08	-4762,98	112286	112,39	16763,2	128938	130,02
0,09	-4698,62	118792	118,88	14877,6	127983	128,84
0,1	-4792,48	123675	123,77	12865,1	117311	118,01
0,11	-4398,22	125698	125,77	15137,2	112987	114,00
0,12	-4187,84	127021	127,09	16879,1	109708	111,00
0,13	-3667,29	128469	128,52	17895,1	108967	110,43
0,14	-3312,64	129495	129,54	19095,2	109708	111,36
0,15	-2895,14	130299	130,33	20119,8	110889	112,70
0,16	-2342,87	132545	132,57	19566,7	111664	113,37
0,17	-1598,65	131556	131,57	17711,3	113987	115,35
0,18	-1286,86	130879	130,89	15868,4	115242	116,33
0,19	-865,67	131265	131,27	12782	119785	120,47
0,2	-486,9	129787	129,79	9549,9	126783	127,14

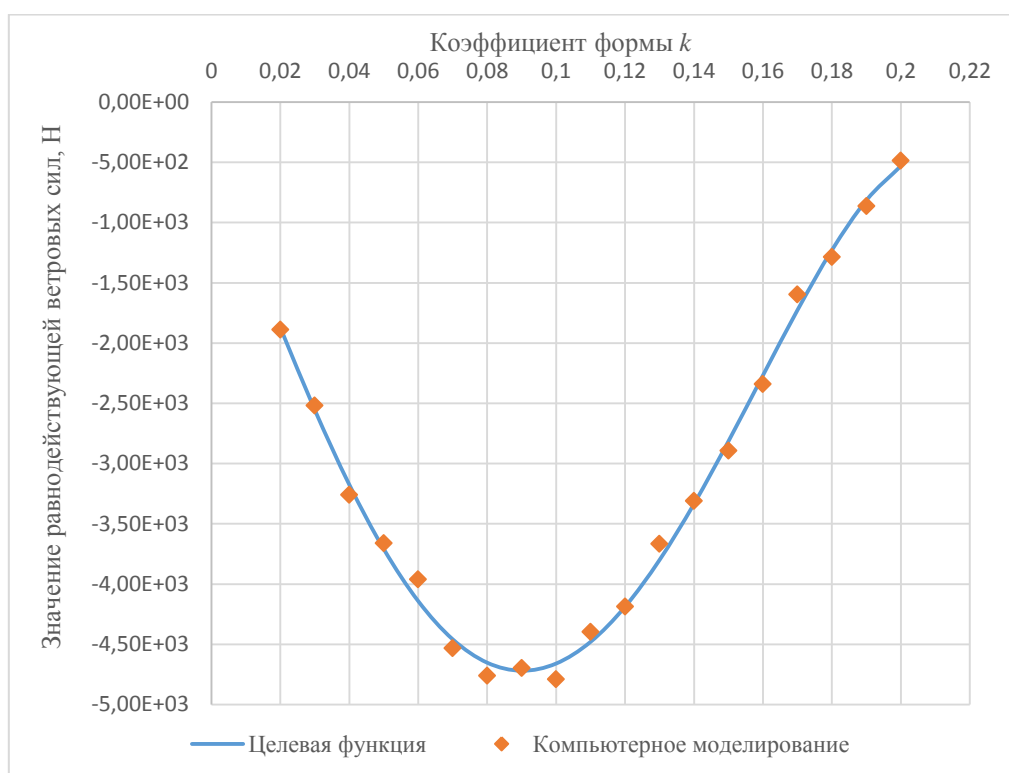


Рис. 3. График зависимости F_x от коэффициента k при «Направлении 0»

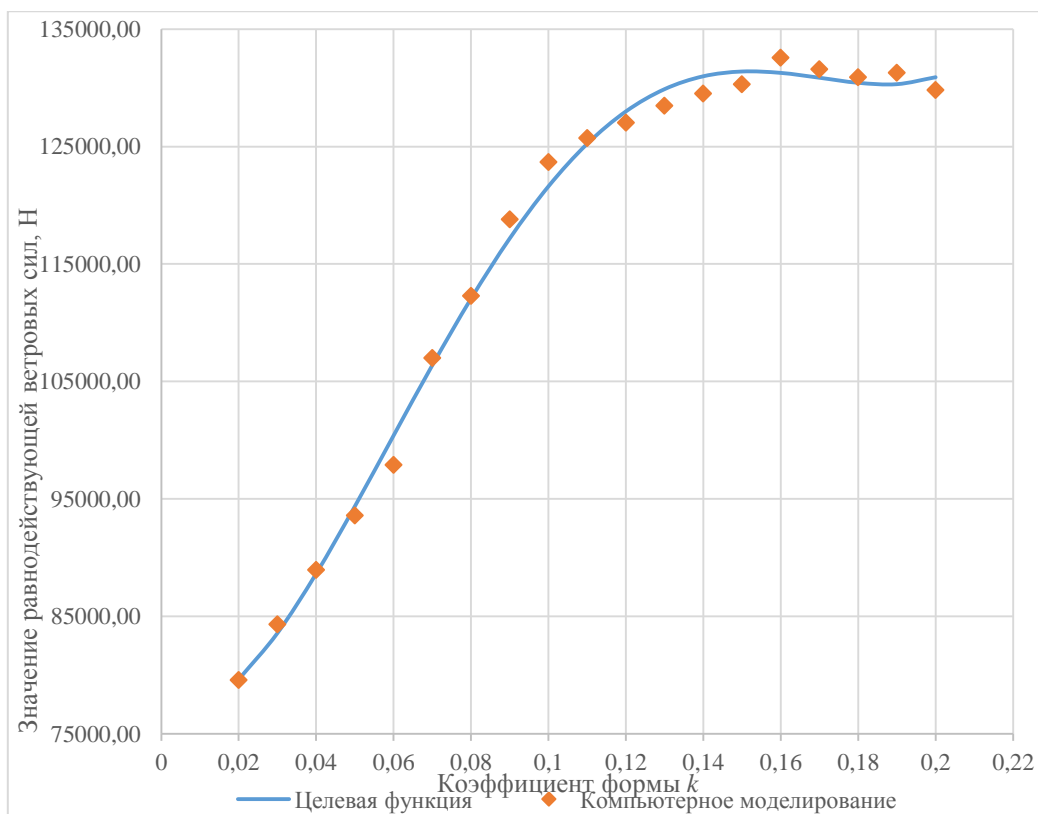


Рис. 4. График зависимости F_z от коэффициента k при «Направлении 0»

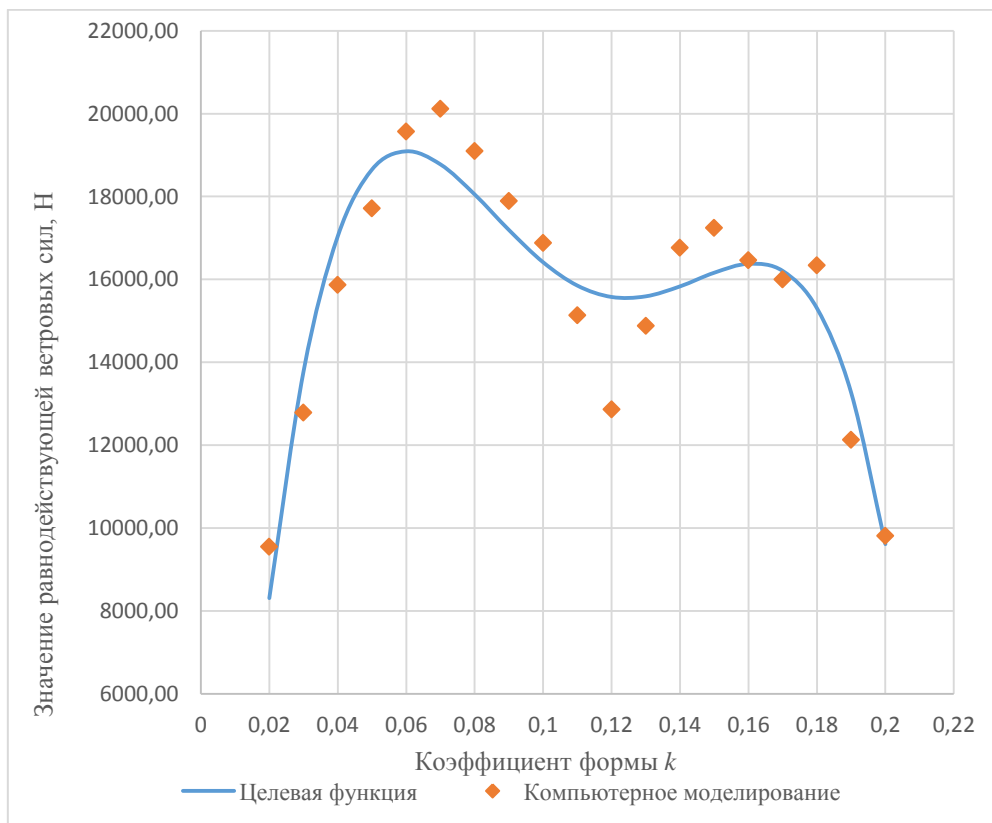


Рис. 5. График зависимости F_x от коэффициента k при «Направлении 90»

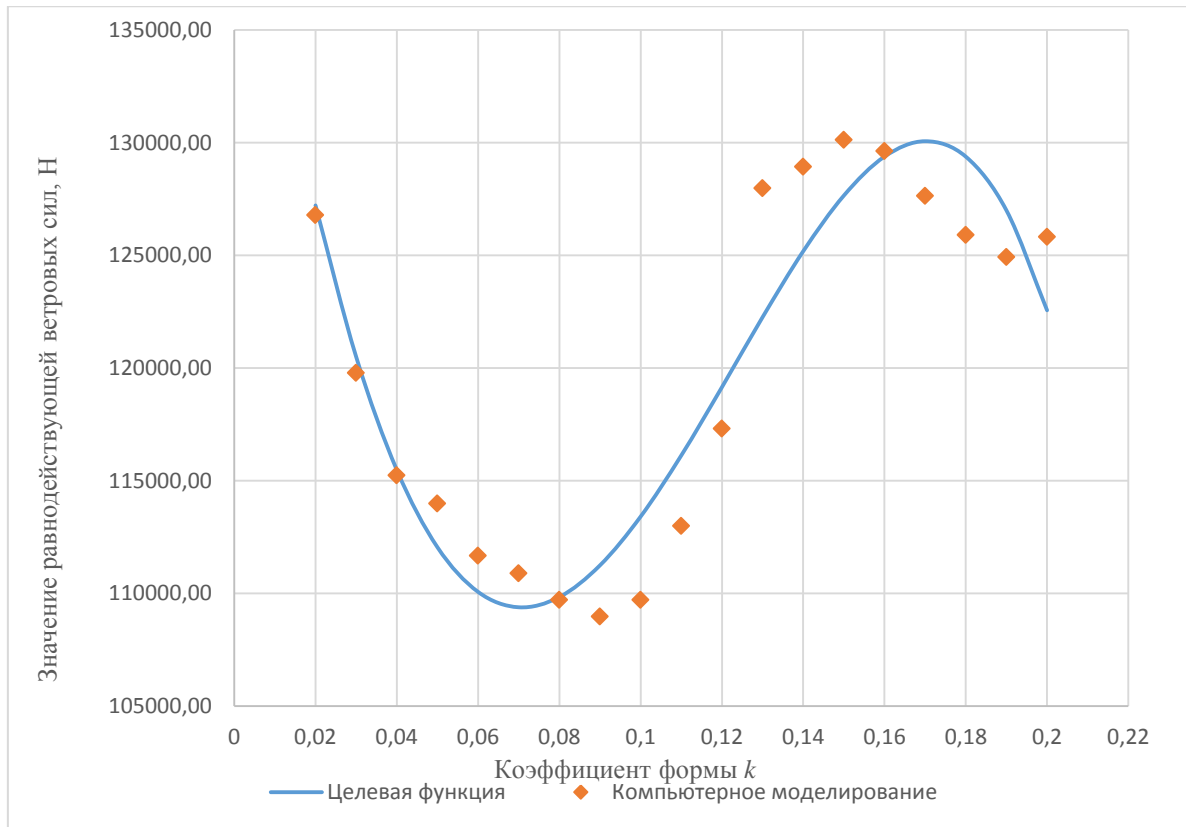


Рис. 6. График зависимости F_z от коэффициента k при «Направлении 90»

Поиск целевой функции проводился при помощи языка программирования *Python* и дополнительных библиотек *Matplotlib*, *NumPy* и *SciPy*, с помощью которых определялись значения постоянных коэффициентов (табл. 3). Общий вид целевой функции представляет собой полином четвертой степени:

$$a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e = y, \quad (3)$$

где a, b, c, d, e – постоянные коэффициенты, определяемые в зависимости от соотношения основных геометрических параметров цифровых моделей и аэродинамических особенностей системы.

Таблица 3

Направление	Равнодействующая	a	b	c	d	e
0	F_x	$1,877e+07$	$6,242e+06$	$-1,403e+05$	$-7,2e+04$	$-4,221e+02$
	F_z	$2,311e+08$	$-1,06e+08$	$1,386e+07$	$-1,123e+05$	$7,715e+04$
90	F_x	$-2,864e+08$	$1,321e+08$	$-2,135e+07$	$1,382e+06$	$-1,181e+04$
	F_z	$-6,401e+08$	$-1,095e+08$	$9,861e+06$	$-1,14e+06$	$1,462e+05$

Для определения оптимальной геометрической формы необходимо найти экстремумы исследуемой функции, для этого определяется, при каких значениях аргумента производная функции $f'(k)$ равна нулю. Оптимальным будет являться такое значение геометрической формы, при которой равнодействующая будет минимальной и будет стремиться к нулю. Для этого необходимо найти локальные



экстремумы искомой целевой функции и среди них определить глобальный максимум или минимум.

Таким образом, было определено оптимальное значение коэффициента формы при двух взаимно-перпендикулярных направлениях воздушных потоков. Для наглядного представления все полученные результаты сведены в табл. 4.

Таблица 4

Направление	Значение стационарных точек	Характер стационарной точки	Значение функции $F=f(k)$	Оптимальное решение
Направление 0				
X	$k_1=0,0$		-422,0	+
	$k_2=0,2$		-530,0	
	$k_3=0,09$	Локальный <i>min</i>	-4720,0	
Z	$k_1=0,0$		77151,1	
	$k_2=0,2$		130900,8	
	$k_3=0,004$	Локальный <i>min</i>	76916,7	+
	$k_4=0,155$	Локальный <i>max</i>	131381,9	
	$k_5=0,185$	Локальный <i>min</i>	130304,6	
Направление 90				
Y	$k_1=0,0$		-11805,7	
	$k_2=0,2$		9611,1	+
	$k_3=0,064$	Локальный <i>max</i>	19035,5	
	$k_4=0,132$	Локальный <i>min</i>	15625,7	
	$k_5=0,155$	Локальный <i>max</i>	16299,1	
Z	$k_1=0,0$		146179,1	
	$k_2=0,2$		122564,6	
	$k_3=0,071$	Локальный <i>min</i>	109383,5	+
	$k_4=0,171$	Локальный <i>max</i>	130065,6	

На основании проведенного исследования предлагается оптимизационная модель, заключающаяся в определении оптимальной формы на основании дифференциального анализа целевой функции, полученной при систематизации результатов компьютерного моделирования и физического эксперимента (рис. 7).

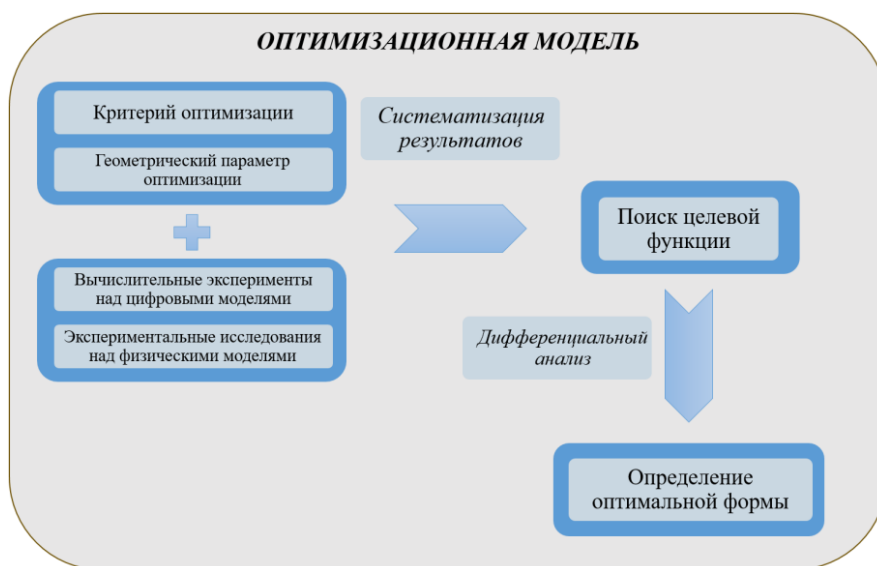


Рис. 7. Структура предложенной оптимизационной модели

Выводы

Таким образом, проведенное исследование позволило оптимизировать форму тороидальной поверхности путем проведения дифференциального анализа целевой функции. Был выявлен ряд критических значений коэффициента формы, при которых достигаются минимальные значения равнодействующих нагрузок. В ходе решения поставленной задачи для седловидной поверхности было установлено, что оптимальным решением при направлении «0» вдоль оси X является форма с $k=0,0$, вдоль оси Z – $k=0,004$, а при направлении «90» вдоль оси Y форма с $k=0,2$, вдоль оси Z – $k=0,071$.

Использование современного программного инструментария и численных методов позволило существенно повысить точность результатов исследования. Итоги проведенной оптимизации показали значительное улучшение аэродинамических свойств и снижение сопротивления среды, что открывает новые перспективы для дальнейшего совершенствования конструкций аналогичных типов.

Следует отметить, что полученные значения оптимальной формы не являются конечным результатом, в дальнейшем необходимо провести многокритериальный анализ, основанный на одновременном решении сразу нескольких критериев.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Sarma, K. C. Life-cycle cost optimization of steel structures / K. C. Sarma, H. Adeli // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 2002. – Vol. 55, Issue 12. – P. 1451–1462. – DOI 10.1002/nme.549.

2. Barone, G. Life-cycle maintenance of deteriorating structures by multi-objective optimization involving reliability, risk, availability, hazard and cost / G. Barone, D. M. Frangopol // Structural Safety. – 2014. – Vol. 48. – P. 40–50. – DOI 10.1016/j.strusafe.2014.02.002.



3. Барабаш, М. С. Моделирование процессов жизненного цикла конструкций высотных и уникальных зданий / М. С. Барабаш // Вестник Брестского государственного технического университета. Строительство и архитектура. – 2017. – № 1 (103). – С. 36–41.
4. Больших, А. А. Применение метода параметрической оптимизации в задачах проектирования пассажирских авиалайнеров / А. А. Больших, В. П. Еремин // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2020. – № 10 (106). – С. 3. – DOI 10.18698/2308-6033-2020-10-2022.
5. Тамразян, А. Г. Современные методы оптимизации конструктивных решений для несущих систем зданий и сооружений / А. Г. Тамразян, А. В. Алексейцев // Вестник МГСУ. – 2020. – Т. 15, Вып. 1. – С. 12–30. – DOI 10.22227/1997-0935.2020.1.12-30.
6. Татарников, О. В. Многокритериальная оптимизация двухлонжеронного композитного крыла легкого самолета / О. В. Татарников, В. А. Пху, Л. А. Найнг // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2021. – № 5 (734). – С. 76–87. – DOI 10.18698/0536-1044-2021-5-76-87.
7. Аль-Дарабсе, А.М.Ф. Оптимизация сборки переднего лонжерона крыла транспортного самолета / А. М. Ф. Аль-Дарабсе, Е. В. Маркова, Т. В. Денисова // Российский электронный научный журнал. – 2020. – № 3 (37). – С. 8–25. – DOI 10.31563/2308-9644-2020-37-3-8-25.
8. Гусев, В. Г. Оптимизация разгрузки крыла среднемагистрального пассажирского самолета / В. Г. Гусев // Вестник Московского авиационного института. – 2016. – Т. 23, № 1. – С. 19–25.
9. Абрамова, К. А. Оптимизация выдува струи для управления колебаниями скачка уплотнения на профиле крыла / К. А. Абрамова, В. Г. Судаков // Прикладная механика и техническая физика. – 2024. – Т. 65, № 2 (384). – С. 27–35. – DOI 10.15372/PMTF202315334.
10. Хазов, П. А. Геометрическая оптимизация аэродинамики высотного здания с интегрированными ветрогенераторами / Хазов П. А., Шилов С. С. // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура. – 2024. – Т. 24, № 3. – С. 73–82. – DOI 10.14529/build240307.
11. Дагаев, В. А. Оптимизация определения и приложения сложнора-спределенных нагрузок на вантовое покрытие двоякой кривизны / В. А. Дагаев, Г. М. Пурвин, Ф. С. Школяр // Вестник МГСУ. – 2023. – Т. 18, Вып. 11. – С. 1713–1730. – DOI 10.22227/1997-0935.2023.11.1713-1730.
12. Наац, И. Э. Разработка численного метода решения оптимизационных задач аппроксимации функции, заданной приближенно, и ее производных на основе вариационного подхода / И. Э. Наац, В. И. Наац, Е. П. Ярцева // Наука. Инновации. Технологии. – 2018. – № 4. – С. 7–20. – DOI 10.37495/2308-4758-2018-4-7-20.
13. Шилов, С. С. Параметрическое моделирование как способ увеличения жизненного цикла зданий и сооружений / С. С. Шилов, А. В. Федеров, А. А. Молева // Приволжский научный журнал / Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет. – Нижний Новгород, 2024. – № 3 (71). – С. 231–237.

SHILOV Sergey Sergeevich, applicant for candidate of technical sciences of the chair of structural theory and technical mechanics¹, design engineer²

**GEOMETRIC OPTIMIZATION OF SADDLE-SHAPED SURFACES IN
DIGITAL SUPPORT TASKS FOR THE LIFE CYCLE OF TECHNICAL
SYSTEMS**



¹Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering.
65, Iljinskaya St., Nizhny Novgorod, 603952, Russia.
Tel.: (961) 631-06-81; e-mail: sergey.shilov.1997@mail.ru

²Stroy-snab LLC.

33, Nesterova St., office 13, Nizhny Novgorod, 603000, Russia.

Key words: optimization model, life cycle, optimal solution, differential analysis.

The article is devoted to the search for optimal geometric shapes of objects that include saddle-shaped surfaces. It is noted that the application of optimization models at various stages of the life cycle of technical systems plays an important role in carrying out design procedures. At the initial stage, the optimization criterion and the objective function were identified. Based on the results of computer modeling and physical experiment, the values of optimization criteria were determined. Using Python programming language, objective functions were obtained that allowed optimization problems to be solved and geometric configurations to be found that ensure the minimum value of wind loads.

REFERENCES

1. Sarma K. C., Adeli H. Life-cycle cost optimization of steel structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2002. Vol. 55, Issue 12. P. 1451–1462. DOI 10.1002/nme.549.

2. Barone G., Frangopol D. M. Life-cycle maintenance of deteriorating structures by multi-objective optimization involving reliability, risk, availability, hazard and cost. *Structural Safety*. 2014. Vol. 48. P. 40–50. DOI 10.1016/j.strusafe.2014.02.002.

3. Barabash M. S. Modelirovaniye protsessov zhiznennogo tsikla konstruktivnykh i unikalnykh zdaniy [Modeling of life cycle processes of structures of high-rise and unique buildings] *Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Stroitelstvo i arkhitektura* [Bulletin of Brest State Technical University. Civil Engineering and Architecture]. 2017, № 1 (103), P. 36–41.

4. Bolshikh A. A., Eremin V. P. Primeneniye metoda parametricheskoy optimizatsii v zadachakh proyektirovaniya passazhirskikh avialaynerov [Application of the parametric optimization method in passenger airliner design problems]. *Inzhenerny zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovation]. 2020, № 10 (106), P. 3. DOI 10.18698/2308-6033-2020-10-2022.

5. Tamrazyan A. G., Alekseytsev A. V. Sovremennyye metody optimizatsii konstruktivnykh resheniy dlya nesushchikh sistem zdaniy i sooruzheniy [Modern methods of optimizing structural solutions for load-bearing systems of buildings and structures]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2020, Vol. 15, Issue 1, P. 12–30. DOI 10.22227/1997-0935.2020.1.12-30.

6. Tatarnikov O. V., Phu V. A., Naing L. A. Mnogokriterialnaya optimizatsiya dvukhlonzheronnogo kompozitnogo kryla legkogo samoleta [Multicriteria optimization of a two-spar composite wing of a light aircraft]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroyeniye* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Mechanical Engineering]. 2021, № 5 (734), P. 76–87. DOI 10.18698/0536-1044-2021-5-76-87.

7. Al-Darabseh A. M. F., Markova E. V., Denisova T. V. Optimizatsiya sborki perednego lonzherona kryla transportnogo samoleta [Optimization of the front spar assembly of a transport aircraft wing]. *Rossiyskiy elektronny nauchny zhurnal* [Russian Electronic Scientific Journal]. 2020, № 3 (37), P. 8–25. DOI 10.31563/2308-9644-2020-37-3-8-25.

8. Gusev V. G. Optimizatsiya razgruzki kryla srednemagistralnogo passazhirskogo samoleta [Optimization of wing unloading of a medium-haul passenger aircraft]. *Vestnik*



Moskovskogo aviatsionnogo instituta [Bulletin of the Moscow Aviation Institute]. 2016, Vol. 23, № 1, P. 19–25.

9. Abramova K. A., Sudakov V. G. Optimizatsiya vyduva strui dlya upravleniya kolebaniyami skachka uplotneniya na profile kryla [Optimization of jet blowing for controlling shock wave oscillations on an airfoil]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika* [Journal of Applied Mechanics and Technical Physics]. 2024, Vol. 65, № 2 (384), P. 27–35. DOI 10.15372/PMTF202315334.

10. Khazov P. A., Shilov S. S. Geometricheskaya optimizatsiya aerodinamiki vysotnogo zdaniya s integrirovannymi vetrogeneratorami [Geometric optimization of aerodynamics of a high-rise building with integrated wind turbines]. *Vestnik Yuzhno-Uralskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Stroitelstvo i arkhitektura* [Bulletin of the South Ural State University. Series: Construction Engineering and Architecture]. 2024, Vol. 24, № 3, P. 73–82. DOI 10.14529/build240307.

11. Dagaev V. A., Purvin G. M., Shkolyar F. S. Optimizatsiya opredeleniya i prilozheniya slozhnoraspredeleennykh nagruzok na vantovoye pokrytiye dvoyakoy krivizny [Optimization of the determination and application of complexly distributed loads on a double-curvature cable roof]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2023, Vol. 18, Issue 11, P. 1713–1730. DOI 10.22227/1997-0935.2023.11.1713-1730.

12. Naats I. E., Naats V. I., Yartseva E. P. Razrabotka chislennogo metoda resheniya optimizatsionnykh zadach approksimatsii funktsii, zadannoy priblizhenno, i ee proizvodnykh na osnove variatsionnogo podkhoda [Development of a numerical method for solving optimization problems of approximating an approximately defined function and its derivatives based on a variational approach]. *Nauka. Innovatsii. Tekhnologii* [Science. Innovation. Technologies]. 2018, № 4, P. 7–20. DOI 10.37495/2308-4758-2018-4-7-20.

13. Shilov S. S., Federov A. V., Moleva A. A. Parametricheskoye modelirovaniye kak sposob uvelicheniya zhiznennogo tsikla zdaniy i sooruzheniy [Parametric modeling as a way to increase the life cycle of buildings and structures]. *Privolzhskiy nauchny zhurnal* [Privolzhsky Scientific Journal]. *Nizhegorodskiy gosudarstvennyy arkhitekturno-stroitelnyy universitet. Nizhny Novgorod*, 2024, № 3 (71), P. 231–237.

© С. С. Шилов, 2026

Получено: 10.02.2026 г.