



УДК 627.8

С. В. СОБОЛЬ, д-р техн. наук, проф. кафедры гидротехнических и транспортных сооружений¹; **Р. В. ЧЖАН**, д-р техн. наук, гл. науч. сотр.²

ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КОНФИГУРАЦИИ ВОДОХРАНИЛИЩ ГЭС НА РЕКАХ СИБИРИ

¹ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»

Россия, 603952, г. Н. Новгород, ул. Ильинская, д. 65. Тел. (831) 430-42-89;
эл. почта: gs@nngasu.ru

²ФГБУН «Институт мерзлотоведения им. П. И. Мельникова Сибирского отделения РАН»
Россия, 677010, г. Якутск, ул. Мерзлотная, д. 36. Тел. 8-914-2-722-016;
эл. почта: zhang@mpi.ysh.ru

Ключевые слова: Сибирь, ГЭС, водохранилища, береговые линии, водные зеркала, фрактальные параметры.

Приведены первые результаты определения фрактальных размерностей береговых линий и коэффициентов плановых форм эксплуатируемых и некоторых проектируемых водохранилищ гидроэлектростанций в азиатской части России на основе топографических карт с предложением включить значения фрактальных параметров в число морфометрических показателей, поскольку они учитывают такие свойства конфигурации водохранилищ, которые невозможно учесть другими средствами.

Введение. Анализ сложных геофизических систем, какими являются речные водохранилища, связан с определенными трудностями. Согласно данным натурных измерений, динамика таких систем часто облекается в универсальную форму скейлинга, когда в достаточно широком диапазоне пространственно-временных интервалов явление характеризуется свойством самоподобия. И хотя динамический отклик системы сложен, упрощающим аспектом поведения является то, что его статистические свойства описываются в некотором диапазоне параметров простыми степенными законами. Последнее обстоятельство делает актуальным применение в задачах анализа и моделирования геофизических аспектов систем методов фрактальной геометрии. Именно такой подход использован в статье: фрактальная идеология положена в основу моделирования плановой конфигурации водохранилищ [1].

Объекты исследования. Моделированию подвергнуты водохранилища крупных действующих ГЭС на реках в азиатской части страны, создававшихся как основа мощных территориально-производственных комплексов, которым требовалось очень значительное количество электроэнергии, а также водохранилища некоторых перспективных (проектируемых) гидроэлектростанций [2].

Официальный сайт Министерства энергетики РФ сообщил: установленная мощность электростанций в России на 1 января 2020 г. составила 246 342,65 МВт, в том числе ТЭС – 66,82 %, ГЭС – 20,24 %, АЭС – 12,31 %, остальные – 0,62 %. При этом выработка электроэнергии за 2019 г. (1080,6 млрд кВт·ч) впервые превысила показатель РСФСР образца 1991 г. (1075 млрд кВт·ч). В том числе вклад ГЭС составил 190,3 млрд кВт·ч, из них 57 % произвели



гидроэлектростанции Ангаро-Енисейского каскада. Значение ГЭС с водохранилищами для экономики России трудно переоценить.

Исследованные водохранилища перечислены в таблице соответственно их расположению от запада на восток.

В настоящей работе, направленной на определение фрактальных параметров водохранилищ, мы напрямую оперируем двумя из их морфометрических показателей: длиной береговой линии L и площадью водного зеркала F . Согласно ГОСТ 17.1.1.02 – 77 [3], по площадям зеркала рассмотренные водохранилища относятся к категориям очень большое ($>1000 \text{ км}^2$) и большое ($101\text{--}1000 \text{ км}^2$). Уместно заметить, что в значениях площадей, равно как и длин береговых линий водохранилищ, в публикациях встречаются разночтения: у Новосибирского $L = 520\text{--}823 \text{ км}$, у Красноярского $L = 1450\text{--}1577 \text{ км}$ и т. п. К таким данным следует относиться с осторожностью: они могут не соответствовать ни первоначальному (проектному), ни современному состоянию берегов.

Фрактальные параметры водохранилищ. Примененные методы определения. Термин «фрактал» (*fractal*) означает дробный, ломаный, фрагментарный. К фракталам относят геометрические объекты, имеющие изрезанную форму и демонстрирующие некоторую повторяемость (самоподобие) в широком диапазоне масштабов. Математическим выражением самоподобия выступают степенные законы $f(x) = c \cdot (x)^D$ с целочисленными или дробными постоянными c и D . Специфической количественной характеристикой фрактального объекта является фрактальная размерность D [1, 4].

У водохранилищ (замкнутых водоемов) фрактальными свойствами обладают береговая линия, площадь водного зеркала.

Береговая линия водохранилища (урез воды при НПУ) – это фрактал. Во фрактальной геометрии различные береговые линии имеют разные фрактальные размерности в диапазоне $1 < D < 2$, и величина D тем больше, чем извилистее берег. Результат измерения береговой линии зависит от масштаба топографической основы и длины измерителя ε . С уменьшением ε или с укрупнением изображения длина береговой линии $L(\varepsilon)$ увеличивается теоретически до бесконечной [1, 4]. Понятно, что измерить длину береговой линии водохранилища и определить ее фрактальную размерность можно только приблизительно. В реальности из практических соображений обычно выбирают минимальный размер деталей этой линии равным порядку единицы измерения. Так, если береговая линия измеряется в километрах, то детали меньше 1 км просто не принимаются во внимание.

Для нахождения фрактальной размерности береговой линии по ее изображению в данной работе применялся метод подсчета занятых ячеек (*box-counting*) Е. Федера (клеточный метод) со следующим алгоритмом [1]:

1. План водохранилища, оконтуренный урезом НПУ, покрывается сеткой с размером ячейки ε .
2. Подсчитывается число занятых береговой линией ячеек $N(\varepsilon)$.
3. Повторяются действия 1 и 2 с увеличением размера ячейки ε от минимального до максимального.
4. Строится график зависимости $N(\varepsilon)$ в билогарифмических координатах $\ln(N)$ и $\ln(\varepsilon)$: у фрактала он должен быть прямой линией.
5. Оценивается наклон этого графика, который и представляет собой фрактальную размерность $D = \tan \alpha$.



Очевидно, чем подробнее масштаб топоосновы и чем меньше размер ячейки ε , тем точнее будет результат измерения длины береговой линии $L(\varepsilon)$ и точнее определено отклонение ее фрактальной размерности D от целого значения.

Водная поверхность водохранилища (зеркало воды, ограниченное урезом НПУ) считается плоской фигурой. В понятиях фрактальной геометрии теоретически береговая линия бесконечной длины ограничивает конечную площадь водного зеркала водохранилища [1, 4]. Характеристика конфигурации водохранилища в плане может быть чисто описательной, а может быть аналитической. Числовая характеристика обладает точностью, которая отсутствует в словесном описании, принятом у географов.

Плановая конфигурация водохранилища корректно характеризуется коэффициентом формы $K_F = L/F^{0.5}$, где L – длина береговой линии, F – площадь зеркала. Значение K_F тем больше, чем сложнее конфигурация водохранилища в плане. С учетом фрактальных свойств значение коэффициента формы K_F зависит от размера ε используемого эталона измерения. Для получения приемлемого результата эталон ε должен быть предельно малым и одинаковым при измерении длины береговой линии и площади водного зеркала водохранилища [4].

В нашем исследовании для вычисления коэффициентов формы водохранилищ K_F площади зеркал и длины береговых линий определялись при помощи стандартных инструментов САПР “Autocad”.

Посредством коэффициента формы предложена [5, 6] классификация водохранилищ с выделением 4 категорий по сложности плановой конфигурации:

Конфигурация водохранилища:	Значение K_F :
очень сложная	более 40
сложная	от 40 до 20
средней сложности	от 19 до 10
простая	менее 10

Положение береговой линии водохранилища с течением лет изменяется вследствие переформирования берегов. Соответственно изменяются реальная длина береговой линии и площадь зеркала водохранилища [7, 8]. Поэтому значения фрактальной размерности D и показателя формы K_F следует связывать с определенным моментом (годом) его существования.

Контуры водохранилищ. Для удовлетворения первоначального интереса о значениях фрактальных размерностей береговых линий и коэффициентов плановых форм водохранилищ Сибири были использованы топографические карты масштаба 1:500 000 (в 1 см 5 км) 1983–2003 гг. выпуска, привлеченные из электронного ресурса «Карты всего мира» [9, 10]. На рис. 1–4 распечатаны плановые контуры водохранилищ, выкопированные с этих карт [11] и сгруппированные следующим образом: рис. 1 – водохранилища на реках Ангаре и Енисее (Ангаро-Енисейский каскад); рис. 2 – водохранилища на реках Урале, Оби, Мамакане, Зее, Бурее [5, 6, 11]; рис. 3 – водохранилища на реках Вилюе, Хантайке, Курейке, Колыме [12, 13], образованные в условиях вечной мерзлоты мощностью от 15–60 м в зоне Усть-Хантайского до 300–500 м в зоне Вилюйского водохранилищ, поведение котловин которых во многом схоже с развитием крупных термокарстовых озер [14].

Показатели водохранилищ эксплуатируемых и некоторых проектируемых гидроэлектростанций на реках Сибири

Водохранилище, река	Годы строительства гидроузла	НПУ, м БС	Глубина наибольшая, м	Длина береговой линии L , км	Площадь водного зеркала F , км ²	Фрактальная размерность береговой линии D	Коэффициент плановой формы K_f	Установленная мощность ГЭС, МВт
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ириклинское, Урал	1947 – 1959	245,0	38	378	187	–	27,61	30
Новосибирское, Обь	1950 – 1961	113,5	28	586	1183	1,185	17,06	650
Крапивинское, Томь	1975 – 1989 строительство прекращено	117,5	54	~530	612	–	21,51	300
Иркутское, Ангара ¹	1950 – 1958	457,0	1620	2398	32776	1,075	13,25	662
Братское, Ангара	1957 – 1967	402,0	106	5641	5377	1,298	76,93	4500
Усть-Илимское, Ангара	1962 – 1980	296,0	88	1690	1837	1,294	39,44	3840
Богучанское, Ангара	1982 – 2015	208,0	75	2231	2110	–	48,58	3000
Саяно-Шушенское, Енисей	1963 – 1983	540,0	220	1364	633	1,317	54,21	6400
Красноярское, Енисей	1955 – 1972	243,0	105	1901	2175	1,311	40,76	6000
Эвенкийское ² (Туруханское), Нижняя Тунгуска ³	проект	200,0	185	~6350	9400	–	65,46	12000



Окончание

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Усть-Хангайское ² , Хангайка ³	1963 – 1975	60,0	62	1233	2117	1,276	26,79	441
Курейское ³ , Курейка ³	1975 – 1994	95,0	70	540	558	1,397	22,86	600
Вилдойское ³	1961 – 1976	245,6 (с 1985)	75	2637	2047	1,365	58,28	680 (ГЭС I–II)
(ГЭС I, II), Вилдой ⁴								
Светлинское ³ , Виллой ⁴	1983 – 2008	181,0	36	284	104	–	27,84	360
Мамаканское ³ , Мамакан ⁵	1956 – 1962	315,0	~45	45,32	10,82	–	13,77	100
Мокское ³ , Витим ⁴	проект	600,0	98	880	570	–	36,86	1200
Канкунское ⁴ , Тимптон ⁶	проект	608,0	220	~600	210	–	41,40	1000
Зейское, Зей ⁷	1964 – 1978	315,0	97	1868	2626	1,347	36,46	1330
Бурейская, Бурей ⁷	1983 – 2009	256,0	124	~670	740	–	26,60	2010
Кольмское ⁴ , Кольма	1970 – 1991	451,5 (с 2000)	110	487	454	1,320	22,89	900
Усть-Среднеканское ³ , Кольма	1991 – 2017	290,0	58	250	265	–	15,36	570
Амгуэмское ³ , Амгуэма	проект (1976)	140,0	70	~255	795	–	9,05	300

Примечания:

¹ влючая оз. Байкал, уровень которого был поднят на 1 м;

² расположено в области вечной мерзлоты;

³ приток р. Енисей;

⁴ приток р. Лены;

⁵ приток р. Витима, впадающего в р. Лену;

⁶ приток р. Алдана, впадающего в р. Лену;

⁷ приток р. Амуре

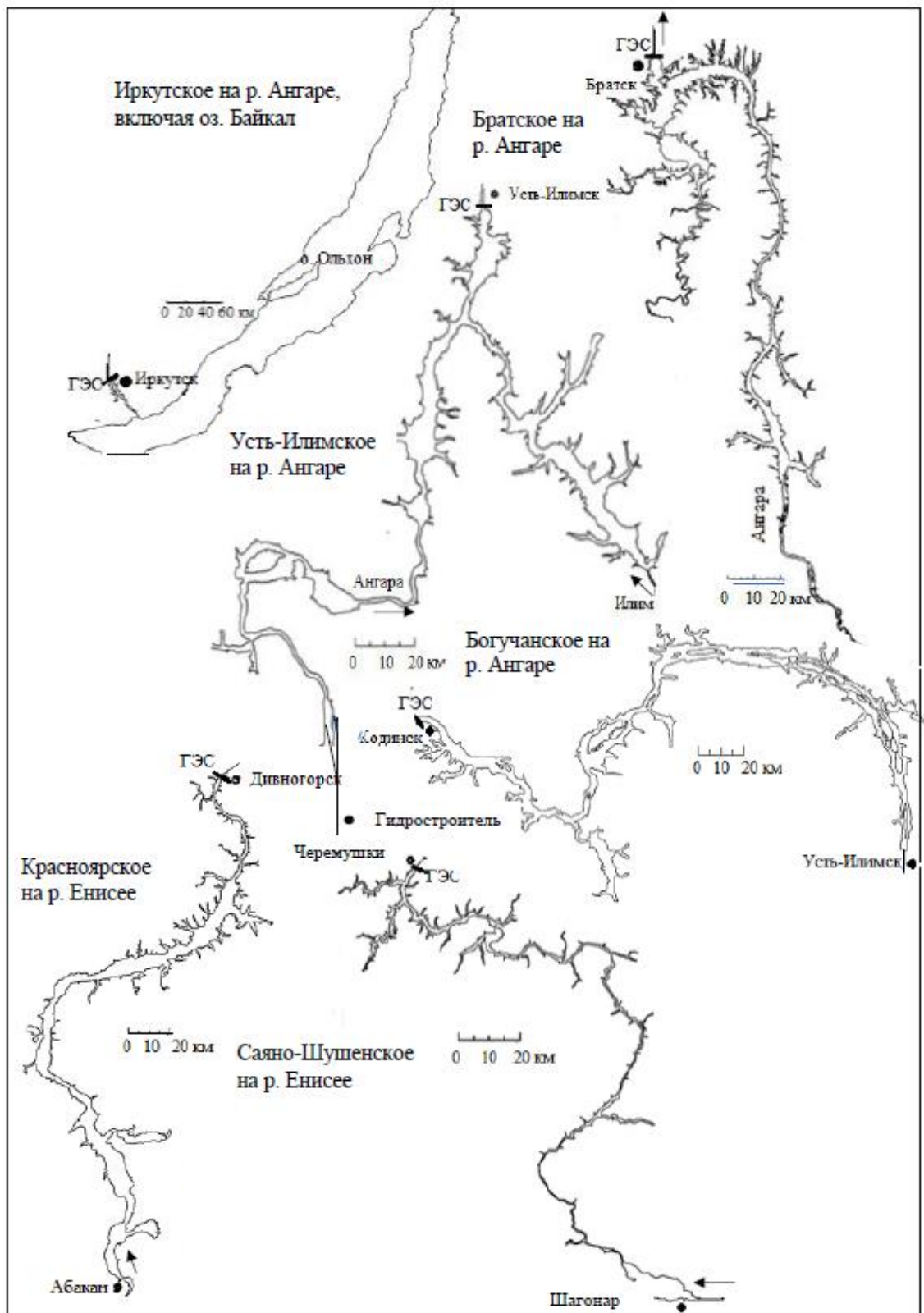


Рис. 1. Плановые контуры водохранилищ эксплуатируемых ГЭС на реках Ангаре и Енисее (Ангаро-Енисейский каскад)

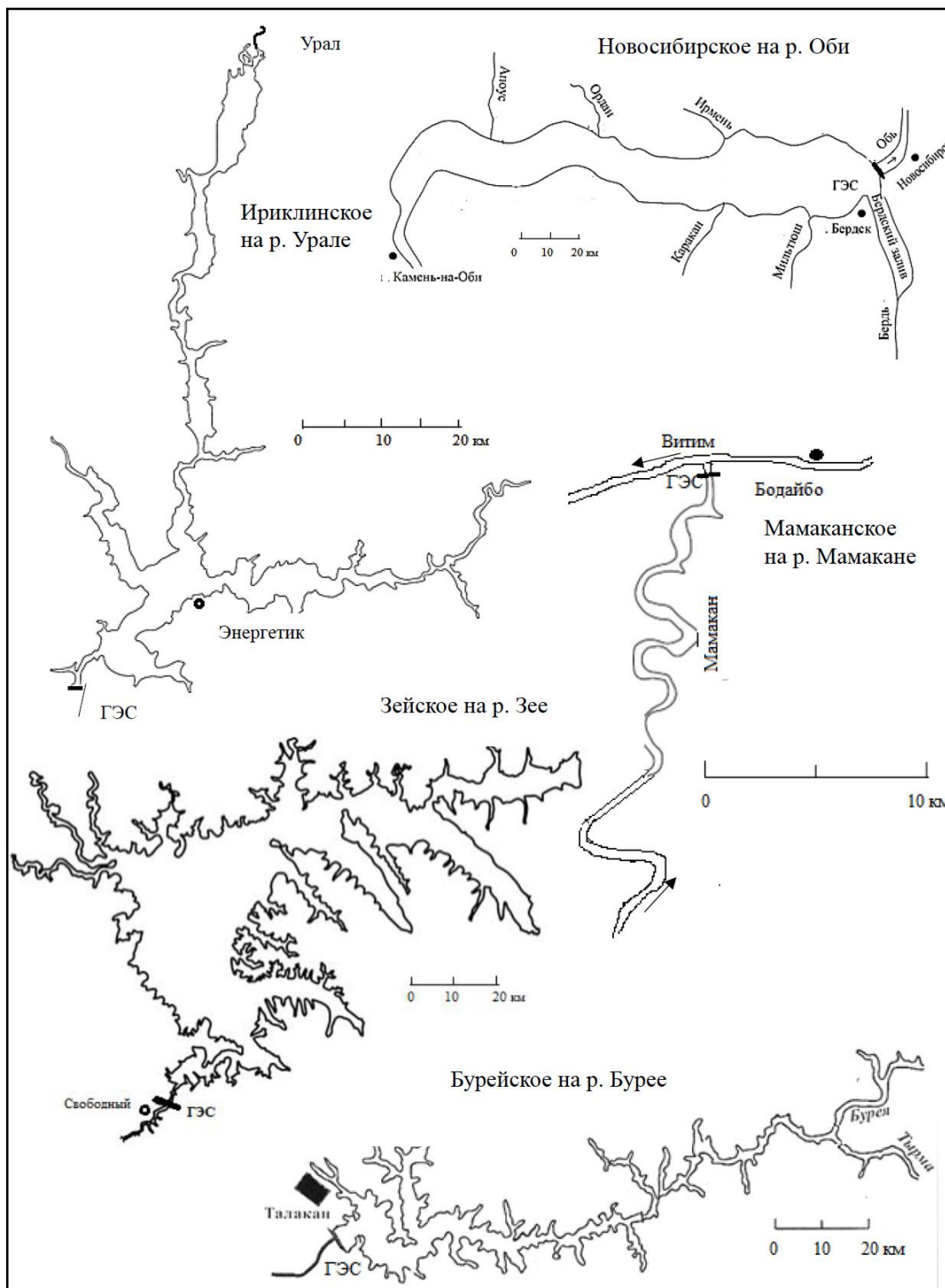


Рис. 2. Плановые контуры водохранилищ эксплуатируемых ГЭС на реках Урале, Оби, Мамакане, Зее, Буре

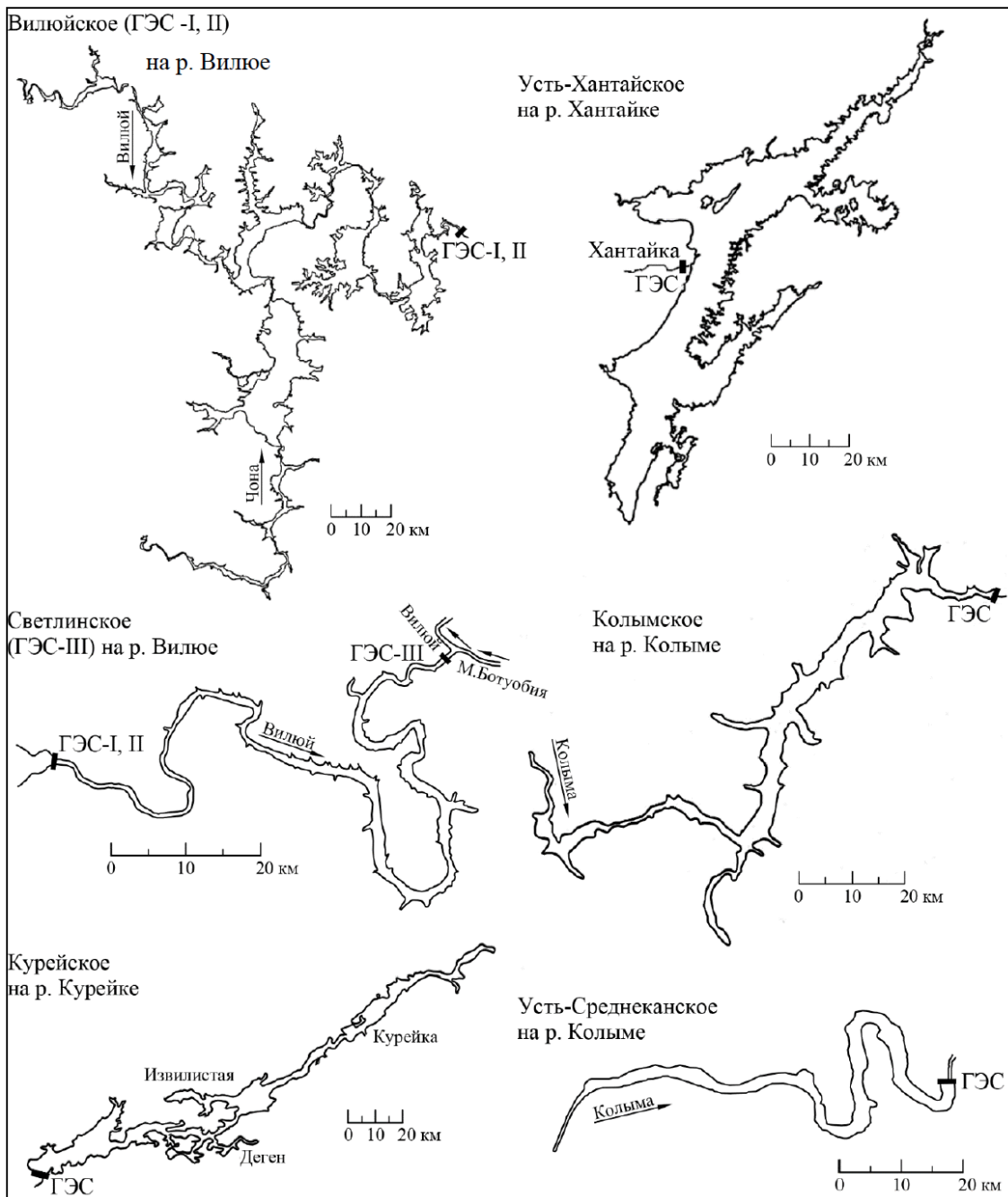


Рис. 3. Плановые контуры водохранилищ эксплуатируемых ГЭС на реках Виллоу, Хантайке, Курейке, Колыме в области вечной мерзлоты

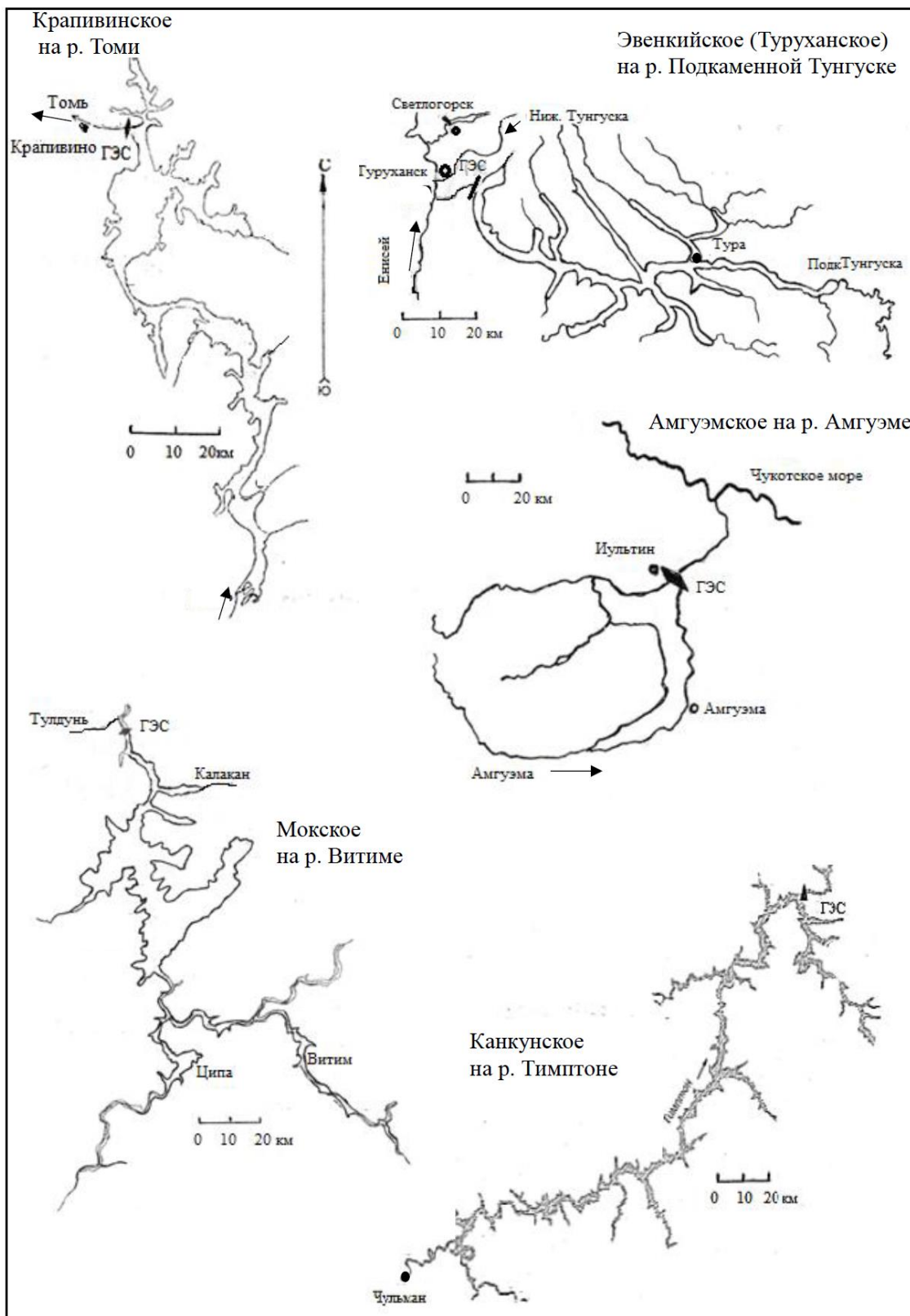


Рис. 4. Плановые контуры водохранилищ проектируемых ГЭС на реках Томи, Подкаменной Тунгуске, Витиме, Тимптоне



Можно полагать, что на картах водохранилища оконтурены урезами НПУ; наконец, на рис. 4 показаны контуры водохранилищ некоторых перспективных (проектируемых) ГЭС на реках Томи, Подкаменной Тунгуске, Витиме, Тимптоне по материалам проектных организаций.

Фрактальные размерности береговых линий водохранилищ. Значения фрактальных размерностей D береговых линий водохранилищ находились клеточным методом [1]. Измеритель равнялся $\varepsilon = 1$ км; 3 км; 5 км. В таблице выписаны данные, полученные в результате измерений и расчетов. Фрактальные размерности береговых линий водохранилищ уложились в диапазон от $D = 1,075$ (Иркутское) до $D = 1,397$ (Курейское). Полученные фрактальные размерности согласуются с данными Е. Федера, который отмечал, что для многих береговых линий значение D близко к 1,3 [4].

Коэффициенты плановых форм водохранилищ. Расчеты коэффициентов плановых форм водохранилищ K_F проводились по их контурам, изображенным на рис. 1–4. Площади зеркал и длины береговых линий в данном случае определялись при помощи стандартных инструментов программы *AutoCAD*. Результаты расчетов записаны в таблице. Коэффициенты плановых форм уложились в диапазон от $K_F = 13,77$ (Мамаканское водохранилище) до $K_F = 76,93$ (Братское водохранилище), чем отнесли водохранилища Сибири по сложности плановой конфигурации к категориям от «средней сложности» до «очень сложная».

Заключение. Сегодня фрактальный методологический подход преодолевает начальный этап в направлении прикладных исследований водных объектов. Данная работа – один из первых и относительно небезуспешный практический пример приложения теории фракталов в исследованиях водохранилищ: содержит вычисленные фрактальные размерности береговых линий и коэффициенты плановых форм водохранилищ крупных ГЭС на реках в азиатской части страны.

Мы предлагаем включить названные фрактальные параметры в число морфометрических показателей, поскольку они учитывают такие свойства конфигурации чаш водохранилищ, которые невозможно учесть другими средствами.

Полученные данные представляют научный интерес, могут использоваться при составлении информационных систем, содержащих сведения о водохранилищах, пополнить количественную информацию ГИС «Морфометрия водохранилищ» при организации водохозяйственной деятельности. По необходимости эти данные можно уточнить на основе более подробных картографических материалов.

Включение фрактальных параметров в число морфометрических показателей водохранилищ поведет к повышению корректности их анализа, моделирования и прогнозирования, к повышению объективности и адекватности информационной поддержки жизненного цикла водохранилищ [15].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Иудин, Д. И. Фракталы : от простого к сложному : монография / Д. И. Иудин, Е. В. Копосов ; Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет. – Нижний Новгород : ННГАСУ, 2012. – 182 с. – Текст : непосредственный.
2. Слива, И. В. История гидроэнергетики России / И. В. Слива ; РусГидро Корпоративный университет гидроэнергетики. – Москва : РусГидро-КорУрГ ; Тверь :



Тверская типография, 2014. – 304 с. – Текст : непосредственный.

3. ГОСТ 17.1.1.02-77. Охрана природы. Гидросфера. Классификация водных объектов : государственный стандарт Союза ССР : утвержден и введен в действие Постановлением Государственного комитета стандартов Совета Министров СССР от 4 февраля 1977 г. № 299 : дата введения с 1 июля 1978 года. – URL: <http://www.consultant.ru>. – Режим доступа: Консультант плюс. Законодательство. ВерсияПроф. – Текст : электронный.

4. Федер, Е. Фракталы / Е. Федер. – Москва : Мир, 1991. – 254 с. – Текст : непосредственный.

5. Соболев, С. В. О классификации водохранилищ по конфигурации в плане / С. В. Соболев, Н. Р. Зайнуллина. – Текст : непосредственный // Приволжский научный журнал / Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет : Нижний Новгород, 2017. – № 2. – С. 116–124.

6. Семина, Д. Д. О развитии классификации водохранилищ по конфигурации в плане / Д. Д. Семина, С. В. Соболев. – Текст : непосредственный // Приволжский научный журнал / Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет : Нижний Новгород, 2018. – № 4. – С. 200–205.

7. Румянцев, И. С. Актуализация и решение научно-технической проблемы по оценке и прогнозу изменения морфометрических параметров равнинных водохранилищ России в период эксплуатации / И. С. Румянцев, И. С. Соболев. – Текст : непосредственный // Приволжский научный журнал / Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет : Нижний Новгород, 2014. – № 2. – С. 75–83.

8. Соболев, С. В. К вопросу об изменении длины береговой линии и площади водного зеркала больших равнинных водохранилищ в процессе многолетней эксплуатации / С. В. Соболев. – Текст : непосредственный // Приволжский научный журнал / Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет : Нижний Новгород, 2023. – № 3 – С. 87–99.

9. Karty vsego mira (elektronik resurs). – URL: <http://Iondmap.net>.

10. Определение морфометрических характеристик водных объектов суши и их водосборов с использованием технологии географических информационных систем по цифровым картам Российской Федерации и спутниковым снимкам : стандарт организации : СТО ГГИ 52.08.40 – 2017. – Москва : РПЦ Офорт, 2017. – 148 с. – Текст : непосредственный.

11. Соболев, С. В. Фрактальные размерности береговых линий долинных водохранилищ / С. В. Соболев, Н. Р. Зайнуллина. – Текст : непосредственный // Приволжский научный журнал / Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет / Нижний Новгород, 2017. – № 2. – С. 252–256.

12. Соболев, С. В. Фрактальные параметры водохранилищ ГЭС криолитозоны / С. В. Соболев, Р. В. Чжан. – Текст : непосредственный // Гидротехническое строительство. – 2020. – № 9. – С. 55–59.

13. Грунтовые плотины в криолитозоне России / Р. В. Чжан, С. А. Великин, Г. И. Кузнецов, Н. В. Крук. – Новосибирск : ГЕО, 2019. – 427 с. – Текст : непосредственный.

14. Иудин, Д. И. Фрактальный подход к анализу процессов развития термокарстовых озер / Д. И. Иудин, С. В. Соболев, Р. В. Чжан. – Текст : непосредственный // Приволжский научный журнал / Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет. – Нижний Новгород, 2019. – № 1. – С. 99–106.

15. Беднарук, С. Е. Технология информационной поддержки при управлении каскадами водохранилищ / С. Е. Беднарук, Ю. Г. Мотовилов. – Текст : непосредственный // Гидротехническое строительство. – 2017. – № 7. – С. 22–35.



SOBOL Stanislav Vladimirovich, doctor of technical sciences, professor of the chair of hydraulic and transport structures¹; **CHZHAN Rudolf Vladimirovich**, doctor of technical sciences, chief scientific co-worker²

FRACTAL ANALYSIS OF CONFIGURATION OF RESERVOIRS OF HYDROELECTRIC POWER STATIONS ON THE RIVERS OF SIBERIA

¹Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering
65, Iljinskaya St., Nizhny Novgorod, 603952, Russia; e-mail: gs@nngasu.ru

² P. I. Melnikov Institute of Permafrost, Siberian branch of RAS
36, Merzlotnaya St., Yakutsk, 677010, Russia; e-mail: zhang@mpi.ysh.ru

Key words: Siberia, hydroelectric power stations, reservoirs, coastlines, water mirrors, fractal parameters.

The article presents the first results of determining the fractal dimensions of coastlines and coefficients of planned shapes of operating and being designed reservoirs of hydroelectric power stations in the Asian part of Russia on the basis of topographic maps with a proposal to include the values of fractal parameters in the number of morphometric indicators, since they take into account such properties of the configuration of reservoirs, which cannot be taken into account by other means.

REFERENCES

1. Iudin D. I., Kuposov E. V. Fraktaly: ot prostogo k slozhnomu [Fractals: from simple to complex] : monografiya / Nizhegorod. gos. arkhitektur.-stroit. un-t. – Nizhny Novgorod: NNGASU, 2012. – 182 p.
2. Sliva I. V. Istoriya gidroenergetiki Rossii [History of hydropower engineering in Russia] ; RusGidro Korporativny universitet gidroenergetiki. – Moscow : RusGidro-KorUrG ; Tver: Tverskaya tipografiya, 2014. – 304 p.
3. GOST 17.1.1.02-77. Okhrana prirody. Gidrosfera. Klassifikatsiya vodnykh obektov [Protection of Nature. Hydrosphere. Classification of water bodies] : gos. standart Soyuzo SSR : utv. i vved. v deystvie Postanovleniem Gos. komiteta standartov Soveta Ministrov SSSR ot 4 fevralya 1977 g. N 299 : data vved. s 1 iyulya 1978 goda. – URL: <http://www.consultant.ru>. – Rezhim dostupa: Konsultant plus. Zakonodatelstvo. VersiyaProf.
4. Feder E. Fraktaly [Fractals]. – Moscow: Mir, 1991. – 254 p.
5. Sobol S. V., Zaynullina N. R. O klassifikatsii vodokhranilishch po konfiguratsii v plane [About classification of water reservoirs by configuration in plan] / Privolzhskiy nauchny zhurnal [Privolzhsky Scientific Journal] / Nizhegorod. gos. arkhitektur.-stroit. un-t : Nizhny Novgorod, 2017. – № 2. – P. 116–124.
6. Syomina D. D., Sobol S. V. O razvitii klassifikatsii vodokhranilishch po konfiguratsii v plane [About development of water reservoirs classification by configuration in plan / Privolzhskiy nauchny zhurnal [Privolzhsky Scientific Journal] / Nizhegorod. gos. arkhitektur.-stroit. un-t : Nizhny Novgorod, 2018. – № 4. – P. 200 – 205.
7. Rumyantsev I. S., Sobol I. S. Aktualizatsiya i reshenie nauchno-tehnicheskoy problemy po otsenke i prognozu izmeneniya morfometricheskikh parametrov ravninnykh vodokhranilishch Rossii v period ekspluatatsii [Actualization and solving technical problems on the assessment and forecast of changes in the morphometric parameters of the lowland reservoirs of Russia in the period of operation] / Privolzhskiy nauchny zhurnal [Privolzhsky Scientific Journal] / Nizhegorod. gos. arkhitektur.-stroit. un-t : Nizhny Novgorod, 2014. – № 2. – P. 75–83.



8. Sobol S. V. K voprosu ob izmenenii dliny beregovoy linii i ploshchadi vodnogo zerkala bolshikh ravninnykh vodokhranilishch v protsesse mnogoletney ekspluatatsii [On the issue of changing the length of the coastline and the area of the water mirror of large plain reservoirs in the process of long-term operation] / Privolzhskiy nauchny zhurnal [Privolzhsky Scientific Journal] / Nizhegorod. gos. arkhitektur.-stroit. un-t : Nizhny Novgorod, 2023. – № 3 – P. 87–99.

9. Karty vsego mira (elektronik resources). – URL: <http://Iondmap.net>.

10. Opredelenie morfometricheskikh kharakteristik vodnykh obektov sushy i ikh vodosbrosov s ispolzovaniem tekhnologii geograficheskikh informatsionnykh sistem po tsifrovym kartam Rossiyskoy Federatsii i sputnikovym snimkam [Determination of the morphometric characteristics of land water bodies and their watersheds using the technology of geographic information systems using digital maps of the Russian Federation and satellite images] / STO GGI 52.08.40 – 2017. – Moscow: RPTs Ofort, 2017. – 148 p.

11. Sobol S. V., Zaynullina N. R. Fraktalnye razmernosti beregovykh liniy dolinnykh vodokhranilishch [Fractal dimensions of coastlines of valley reservoirs] / S. V. Sobol // Volga Scientific Journal, 2017. – № 2. – P. 252–256.

12. Sobol S. V., Chzhan R. V. Fraktalnye parametry vodokhranilishch GES kriolitozony [Fractal parameters of reservoirs of hydroelectric power stations in the permafrost zone] / Gidrotekhnicheskoe stroitelstvo [Power Technology and Engineering], 2020. – № 9. – P. 55–59.

13. Chzhan R. V., Velikin S. A., Kuznetsov G. I., Cruk N. V. Gruntovye plotiny v kriolitozone Rossii [Soil dams in the permafrost zone of Russia]. – Novosibirsk: GEO, 2019. – 427 p.

14. Iudin D. I., Sobol S. V., Chzhan R. V. Fraktalny podkhod k analizu protsessov razvitiya termokarstovyykh ozyor [Fractal approach to the analysis of the process of thermokarst lakes development] / Privolzhskiy nauchny zhurnal [Privolzhsky Scientific Journal] / Nizhegorod. gos. arkhitektur.-stroit. un-t : Nizhny Novgorod, 2019. – № 1. – P. 99–106.

15. Bednaruk S. E., Motovilov Yu. G. Tekhnologiya informatsionnoy podderzhki pri upravleniyami kaskadami vodokhranilishch [Information support technology for managing reservoir cascades] / Gidrotekhnicheskoe stroitelstvo [Power Technology and Engineering], 2017. – № 7. – P. 22–35.

© **С. В. Соболев, Р. В. Чжан, 2024**

Получено: 31.12.2023 г.